

①⑨ RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
—
**INSTITUT NATIONAL
DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE**
—
COURBEVOIE
—

①① N° de publication : **3 122 744**
(à n'utiliser que pour les
commandes de reproduction)
②① N° d'enregistrement national : **21 04766**
⑤① Int Cl⁸ : **G 06 F 17/00 (2020.12), H 03 M 1/12**

①②

BREVET D'INVENTION

B1

⑤④ Méthode et dispositif de reconstruction d'un signal à partir de mesures soumises à des incertitudes.

②② Date de dépôt : 06.05.21.

③③ Priorité :

④③ Date de mise à la disposition du public de la demande : 11.11.22 Bulletin 22/45.

④⑤ Date de la mise à disposition du public du brevet d'invention : 26.04.24 Bulletin 24/17.

⑤⑥ Liste des documents cités dans le rapport de recherche :

Se reporter à la fin du présent fascicule

⑥⑥ Références à d'autres documents nationaux apparentés :

Demande(s) d'extension :

⑦① Demandeur(s) : *COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE ET AUX ENERGIES ALTERNATIVES Etablissement public — FR.*

⑦② Inventeur(s) : SOULOUMIAC Antoine.

⑦③ Titulaire(s) : *COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE ET AUX ENERGIES ALTERNATIVES Etablissement public.*

⑦④ Mandataire(s) : ATOUT PI LAPLACE.

FR 3 122 744 - B1



Description

Titre de l'invention : Méthode et dispositif de reconstruction d'un signal à partir de mesures soumises à des incertitudes.

- [0001] L'invention concerne une méthode et un dispositif de reconstruction d'un signal, mesuré par un dispositif de mesure et soumis à des incertitudes.
- [0002] Par exemple, l'invention concerne une méthode et un dispositif de mesure du spectre d'un signal analogique de bande de fréquences limitée. Elle concerne également un convertisseur analogique-numérique utilisant la mesure du spectre mesuré pour convertir un signal analogique dans le domaine numérique.
- [0003] L'invention s'applique également à un dispositif d'acquisition d'un signal audio ou à un capteur d'imagerie par tomographie ou tout autre dispositif de mesure pour lequel il existe des incertitudes, notamment du fait d'une calibration imparfaite du dispositif de mesure.
- [0004] Une première application de l'invention concerne les dispositifs de conversion analogique numérique qui sont omniprésents dans les systèmes électroniques car il est beaucoup plus simple et moins coûteux de traiter, stocker, compresser, dupliquer, analyser notamment, un signal numérique qu'un signal analogique. Plus précisément, le signal analogique est une grandeur, souvent une tension électrique exprimable en volts, variable dans le temps notée $x(t)$ où t désigne le temps, c'est-à-dire une variable continue réelle. En revanche, le signal numérique consiste en une suite discrète de valeurs numériques ou digitales. C'est donc une suite de mots binaires, notés x_n où n décrit l'ensemble des entiers relatifs, tels que chaque x_n soit approximativement égal à $x(t_n)$. En règle générale, un convertisseur analogique numérique réalise donc successivement deux opérations :
- l'échantillonnage, ou discrétisation en temps, qui transforme le signal continu $x(t)$, où t est la variable réelle variant continûment entre $-\infty$ et $+\infty$, en un signal discret :

$$\dots, x(t_{-2}), x(t_{-1}), x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_{n-1}), x(t_n), x(t_{n+1}), \dots$$
 où n parcourt l'ensemble discret des entiers relatifs de $-\infty$ et $+\infty$;
 - la quantification, ou discrétisation en amplitude, qui transforme chaque valeur réelle $x(t_n)$ du signal échantillonné en une valeur numérique ou mot binaire x_n approximativement de même valeur.
- [0005] L'échantillonnage est en général uniforme c'est-à-dire que la grille discrète des instants d'échantillonnage $\dots, t_{-1}, t_0, t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$ est telle que la durée qui sépare deux instants consécutifs d'échantillonnage est constante c'est-à-dire $t_n - t_{n-1} \triangleq T_e$ pour tout n . La durée T_e est appelée la période d'échantillonnage

exprimée en seconde, son inverse $F_e \triangleq 1/T_e$ est la fréquence d'échantillonnage exprimée en Hertz. Sous certaines conditions, l'opération d'échantillonnage n'entraîne aucune perte d'information c'est-à-dire qu'il est possible de reconstruire le signal analogique à partir de la donnée de l'ensemble (infini) des échantillons. C'est le cas, en particulier, si le contenu fréquentiel du signal analogique est limité à une bande de fréquence connue et si la fréquence d'échantillonnage est supérieure à la largeur de cette bande de fréquence (théorème de Shannon). Ce résultat est utile en pratique car tout dispositif électronique fonctionne toujours à l'intérieur d'une bande de fréquence spécifique qui est plus ou moins large selon l'application visée et qui est toujours contrainte par le coût des composants.

[0006] La quantification est au contraire une opération qui entraîne toujours une perte d'information puisque des quantités analogiques prises dans un ensemble continu infini (en général un intervalle continu de tensions) sont codées par des mots binaires pris dans un ensemble grand mais de taille finie, c'est souvent une puissance de 2 telle que 2^{12} ou 2^{16} par exemple pour une conversion sur 12 ou 16 bits. L'opération de quantification peut donc être représentée comme une « fonction en escalier » qui associe un mot binaire à chaque petit intervalle de tension. Lorsque les intervalles sont de même longueur la quantification est dite uniforme et correspond à la troncature ou à l'arrondi en précision finie d'un nombre réel ou, dit autrement, le développement binaire infini initial de $x(t_n)$ est réduit aux premiers bits significatifs pour former x_n . La taille en bits du nombre binaire fourni par le convertisseur analogique numérique étant finie, la « fonction en escalier » est toujours limitée en amplitude par des niveaux inférieur et supérieur de saturation.

[0007] Par ailleurs, tout quantificateur comporte, plus ou moins explicitement, un gain ou une tension de référence, notée V_{ref} , qui relie le mot binaire à la valeur physique exprimée en volts. Plus précisément, la valeur physique $x(t_n)$ est approximativement égale au produit du mot binaire x_n par la tension de référence V_{ref} soit

$$x(t_n) \approx x_n \times V_{\text{ref}}$$

La construction d'une tension de référence très précise et stable

dans le temps est en soi un problème technique difficile qui est nécessairement résolu dans tout convertisseur analogique-numérique. L'opération de quantification, c'est-à-dire le calcul de x_n à partir de $x(t_n)$ et de V_{ref} , est donc parfois conçue comme une division puisque $x_n \approx x(t_n) / V_{\text{ref}}$. La référence de tension analogique est ensuite utilisée pour construire (par division de tension par exemple) un ensemble de seuils analogiques (y_1, y_2, \dots, y_M) avec M égal à, par exemple, 2^{12} ou 2^{16} auxquels le signal $x(t_n)$ est comparé pour déterminer les deux seuils successifs y_m et y_{m+1} qui « encadrent » $x(t_n)$, c'est-à-dire tels que $y_m \leq x(t_n) \leq y_{m+1}$. La valeur quantifiée de $x(t_n)$, notée x_n , vaut alors souvent $x_n = (y_m + y_{m+1}) / 2$.

- [0008] Ainsi, c'est la partie analogique d'un convertisseur analogique numérique qui est la plus difficile, et donc la plus coûteuse, à rendre métrologique, c'est-à-dire immune aux dérives de température, au vieillissement et à la dispersion des composants électroniques analogiques notamment.
- [0009] La demande de brevet FR3057387 du Demandeur décrit un procédé et un dispositif de mesure du spectre d'un signal analogique qui permet de réaliser des convertisseurs analogique numérique précis et bon marché.
- [0010] La méthode proposée dans cette demande est basée sur la recherche d'une solution X à un système linéaire sur-déterminé $A^T X = By$, où X est la mesure du spectre, y est constitué des valeurs des seuils de quantification, B est une matrice binaire déterminée à partir des numéros d'ordre des seuils franchis et A^T est une base de sinusoides échantillonnées aux instants de franchissement des seuils.
- [0011] La résolution de ce système est obtenue au moyen d'un calcul d'intersection de deux sous-espaces qui présente certaines limitations de mise en œuvre. Cette méthode n'est applicable que lorsque l'intersection des deux sous-espaces est de dimension un ou deux, ce qui nécessite de prendre en compte un nombre suffisamment grand de franchissements de seuils pour que le nombre de lignes des matrices A^T et B soit suffisant. Autrement dit, cette méthode n'est applicable que si le système linéaire $A^T X = By$ est sur-déterminé. Ce nombre de lignes minimal peut être obtenu en allongeant la période d'observation du signal ou en augmentant le nombre de seuils ; la première solution augmente le temps de latence de la conversion analogique-numérique, la seconde augmente le coût du circuit électronique, et les deux solutions impliquent de manipuler des grandes matrices A^T et B , ce qui augmente la charge de calcul numérique.
- [0012] L'invention propose une nouvelle méthode de résolution du système linéaire précédent basée sur la recherche d'une solution parcimonieuse, c'est-à-dire comportant une grande proportion de valeurs nulles ou de faible amplitude. Dans de nombreuses et importantes applications pratiques, on rencontre en effet des signaux de spectres parcimonieux. C'est le cas par exemple des signaux musicaux constitués d'une fréquence fondamentale et de ses multiples (harmoniques), ou des signaux de vibrations d'une structure ou d'une machine dont on souhaite surveiller l'apparition et/ou l'évolution de résonances. On peut également citer les signaux de télécommunications où les différentes voies peuvent être multiplexées en fréquence c'est-à-dire disposées dans des canaux étroits de fréquence séparés, pour éviter les brouillages réciproques, par des espaces de fréquence inoccupés. Dans tous ces contextes on s'attend à des signaux de spectres parcimonieux sans savoir à l'avance quelles seront les zones spectrales occupées et les zones vides, on sait seulement qu'il y aura des zones spectrales vides ou de très faible énergie. La présente invention permet de tirer profit des propriétés spectrales du signal à convertir (spectre parcimonieux) pour réduire le temps de

conversion, le coût du circuit analogique et le coût de calcul numérique d'estimation du spectre inconnu. Concrètement, le nombre de franchissements de seuils, c'est-à-dire le nombre de lignes des matrices A^T et B , est réduit et inférieur au nombre des colonnes de la matrice A^T , ce qui rend le système linéaire $A^T x = By$ sous-déterminé.

[0013] Une difficulté algorithmique réside dans le calcul de cette solution parcimonieuse.

[0014] L'invention propose une nouvelle méthode d'acquisition comprimée basée sur la recherche de combinaisons linéaires de kurtosis maximum pour déterminer une solution parcimonieuse au système linéaire sous-déterminé précité.

[0015] Par ailleurs, l'invention n'est pas limitée à la reconstruction du spectre d'un signal analogique mesuré par un convertisseur analogique numérique. Elle s'applique aussi pour la reconstruction d'un signal audio mesuré par un microphone ou une chaîne d'acquisition audio ou encore à la reconstruction d'un signal image mesuré par un capteur d'images, par exemple un capteur par tomographie.

[0016] Un point commun à tous ces systèmes d'acquisition est qu'ils sont soumis à des incertitudes de mesures qui peuvent être des imperfections d'égalisation du spectre audio dans le cas du microphone ou des distorsions dans les gains d'acquisitions de différents capteurs d'un système d'acquisition d'imagerie multi-capteurs.

[0017] L'invention a ainsi pour objet une méthode, mise en œuvre par ordinateur, de reconstruction d'un signal x comprenant les étapes de :

- Réaliser, à l'aide d'un dispositif d'acquisition, un ensemble de mesures échantillonnées du signal x ,
- Construire, à partir desdites mesures, une première matrice B telle que $x = By$ avec y un vecteur caractérisant des incertitudes de mesure propres au dispositif,
- Déterminer une deuxième matrice A^T correspondant à une base de signaux échantillonnés telle que $x = A^T X$, où X est un vecteur constitué de coefficients représentatifs dudit signal x dans ladite base,
- Déterminer le vecteur X comme étant une solution parcimonieuse X au système linéaire sous-déterminé $A^T X = By$ en déterminant un vecteur X qui est une combinaison linéaire des colonnes des matrices $A (A^T A)^{-1} B$ et A_{\perp} , ayant un kurtosis maximal, où A est une matrice transposée de la deuxième matrice A^T et A_{\perp} est une matrice dont les colonnes forment une base orthonormée du sous-espace complémentaire orthogonal aux colonnes de la matrice A .

[0018] Selon un aspect particulier de l'invention, le signal x est un signal analogique à bande de fréquences limitée, l'ensemble de mesures est un ensemble de temps de franchissement $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$ d'un ensemble de seuils par ledit signal sur un

intervalle de temps donné, la première matrice B est une matrice binaire déterminée à partir des numéros d'ordre des seuils franchis $m(1), m(2), \dots, m(k), \dots, m(K)$, x est un vecteur constitué des valeurs du signal prises auxdits temps de franchissement, y est un vecteur constitué des valeurs des seuils franchis et X représente le spectre échantillonné du signal x.

- [0019] Selon un aspect particulier de l'invention la deuxième matrice A^T est une base de sinusoides échantillonnées auxdits temps de franchissement de seuils.
- [0020] Selon un aspect particulier de l'invention le signal x est un signal audio à bande de fréquences limitée, X est un vecteur comprenant des coefficients spectraux dudit signal pour un ensemble de sous-bandes fréquentielles, l'ensemble de mesures est un ensemble de mesures du spectre du signal audio pour chacune desdites sous-bandes fréquentielles, la première matrice B est déterminée à partir desdites mesures de sorte que $x=By$ avec y un vecteur dont les coefficients sont des gains d'égalisation de chaque sous-bande fréquentielle.
- [0021] Selon un aspect particulier de l'invention la deuxième matrice A^T est une base d'un dictionnaire de type transformée en cosinus discret DCT ou transformée en cosinus discret modifié MDCT ou dictionnaire de Gabor.
- [0022] Selon une variante, la méthode selon l'invention comprend une étape de détermination du signal numérisé par le produit de la deuxième matrice A^T et du spectre X.
- [0023] Selon un aspect particulier de l'invention, le signal x est un signal image, l'ensemble de mesures est un ensemble de mesures d'imagerie d'un objet acquises par une pluralité de capteurs d'imagerie sous différents angles de prises de vue, la première matrice B est déterminée à partir desdites mesures de sorte que $x=By$ avec y un vecteur dont les coefficients sont des corrections de gain d'acquisition de chaque capteur d'imagerie.
- [0024] Selon un aspect particulier de l'invention, la deuxième matrice A^T est égale au produit d'une matrice de projection P définissant un ensemble de vecteurs de projection et d'une matrice dictionnaire D constituée des composantes d'une base de décomposition de l'image,
- [0025] Selon une variante, la méthode selon l'invention comprend en outre une étape de reconstruction d'une image I par le produit de la matrice D et du vecteur X.
- [0026] Selon un aspect particulier de l'invention, l'étape de déterminer une solution parcimonieuse au système linéaire sous-déterminé $A^T X = By$ est réalisée en :
- Transformant la matrice $A(A^T A)^{-1} B$ en une matrice aux colonnes orthonormées U,
 - Recherchant une combinaison linéaire des lignes de la matrice transposée U^T et des lignes de la matrice transposée A_{\perp}^T ayant un kurtosis maximal.

- [0027] Selon un aspect particulier de l'invention, la matrice orthonormée U est obtenue en réalisant une décomposition QR de la matrice $A(A^T A)^{-1}B$.
- [0028] Selon un aspect particulier de l'invention, ladite combinaison linéaire est obtenue en recherchant une combinaison linéaire d'un couple de composantes formé d'une ligne de la matrice transposée U^T et d'une ligne de la matrice transposée A_{\perp}^T , ayant un kurtosis maximal.
- [0029] Selon un aspect particulier de l'invention, ladite combinaison linéaire est obtenue en recherchant une matrice de rotation de Givens, définie par un angle de rotation θ , pour laquelle le produit dudit couple de composantes et de cette matrice de rotation de Givens présente un kurtosis maximal pour l'une de ses deux composantes ou présente une différence maximale entre les kurtosis des deux composantes.
- [0030] Selon un aspect particulier de l'invention, la recherche d'une combinaison linéaire de kurtosis maximal est itérée pour plusieurs lignes de la matrice transposée U^T et/ou pour plusieurs lignes de la matrice transposée A_{\perp}^T .
- [0031] L'invention a aussi pour objet un dispositif de reconstruction d'un signal x comprenant :
- Un dispositif d'acquisition pour déterminer un ensemble de mesures échantillonnées du signal x ,
 - un processeur configuré pour mettre en œuvre les étapes de la méthode selon l'une quelconque des revendications précédentes.
- [0032] L'invention a aussi pour objet un convertisseur analogique numérique, comportant un dispositif selon l'invention.
- [0033] L'invention a aussi pour objet un dispositif d'acquisition d'un signal audio comportant un dispositif selon l'invention.
- [0034] L'invention a aussi pour objet un système d'imagerie multi-capteurs comportant un dispositif selon l'invention.
- [0035] D'autres caractéristiques et avantages de la présente invention apparaîtront mieux à la lecture de la description qui suit en relation aux dessins annexés suivants.
- [0036] [Fig.1] représente une illustration du principe de conversion analogique-numérique mise en œuvre par l'invention,
- [0037] [Fig.2] représente un organigramme détaillant les étapes de mise en œuvre d'une méthode de mesure du spectre X d'un signal analogique selon l'invention,
- [0038] [Fig.3] représente un organigramme détaillant les étapes de mise en œuvre de la recherche d'une solution parcimonieuse d'un système linéaire sous-déterminé selon un mode de réalisation de l'invention,
- [0039] [Fig.4] représente un schéma d'un dispositif selon un mode de réalisation de l'invention,

- [0040] [Fig.5] représente un schéma illustrant le principe d'un imageur à rayons X.
- [0041] On décrit tout d'abord une première application de l'invention au domaine de la conversion analogique numérique d'un signal et à la reconstruction du spectre de ce signal échantillonné.
- [0042] La [Fig.1] illustre le principe de conversion analogique numérique à la base de l'invention. Ce principe est repris de la demande de brevet FR3057387. Avantageusement l'invention met à profit le fait qu'il est plus simple, et donc moins coûteux, de mesurer précisément une durée qu'une amplitude de signal, telle qu'une tension électrique par exemple. A cet effet, l'invention réalise la conversion analogique numérique par datation d'instant de franchissement 11 de seuil par le signal analogique à convertir, celui-ci étant représenté par une courbe 10.
- [0043] Le procédé selon l'invention date donc, avec une très grande précision temporelle, les instants auxquels le signal analogique 10 franchit un ou plusieurs seuils 1, 2, 3, 4, puis utilise ces informations temporelles pour réaliser la conversion vers le domaine numérique comme cela sera décrit par la suite. La [Fig.1] illustre un exemple d'opération de datation sur un intervalle de temps $T = 10$ secondes. Le signal analogique 10 franchit quatre seuils 1, 2, 3, 4 à des instants précis repérés par des cercles 11.
- [0044] On décrit ci-après la reconstitution du signal analogique 10 dans le domaine numérique, cette reconstitution passant par une étape d'obtention des coefficients de Fourier représentatifs du spectre dudit signal 10.
- [0045] Dans une première étape du procédé selon l'invention, on mesure les K instants $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$ où le signal analogique 10, fonction du temps $x(t)$, franchit les seuils réels notés $y_1, y_2, \dots, y_m, \dots, y_M$. Dans l'exemple de la [Fig.1], quatre seuils sont utilisés, M est égal à 4.
- [0046] Plus précisément, si on note $m(k)$ le numéro d'ordre du seuil franchi au k -ième franchissement on peut écrire : $x(\tau_k) = y_{m(k)}$ (1)
- [0047] où $y_{m(k)}$ est la valeur du seuil franchi à l'instant τ_k , correspondant à l'une des valeurs $y_1, y_2, \dots, y_m, \dots, y_M$.
- [0048] k variant de 1 à K , on regroupe ces K égalités dans une seule égalité matricielle :

$$x \triangleq \begin{bmatrix} x(\tau_1) \\ x(\tau_2) \\ x(\tau_3) \\ x(\tau_4) \\ \vdots \\ x(\tau_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{m(1)} \\ y_{m(2)} \\ y_{m(3)} \\ y_{m(4)} \\ \vdots \\ y_{m(K)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

[0049] où x est le vecteur des amplitudes du signal $x(t)$ aux instants τ_k de franchissement des seuils conformément à la relation (1).

[0050] Dans la pratique on peut toujours découper la période d'observation du signal d'intérêt en des intervalles de temps de durée finie, que l'on notera T . Dans l'exemple de la figure 1, $T = 10$ s.

[0051] Il est bien connu que tout signal réel $x(t)$ observé pendant une durée T peut être décomposé de façon unique comme une somme discrète de sinusoïdes (sinus et cosinus) de fréquences espacées de $1/T$, correspondant à la décomposition classique en série de Fourier. Ainsi :

$$x(t) = p_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} p_n \cos(2\pi f_n t) + q_n \sin(2\pi f_n t) \quad (3)$$

où :

les coefficients de Fourier p_n et q_n sont des coefficients réels et les fréquences f_n sont telles que $f_n = n/T$.

[0052] Pour simplifier les notations on ne distingue plus dans la suite le cas particulier $f_0 = 0$ et on supprime donc le terme p_0 .

[0053] Le procédé selon l'invention exploite par ailleurs le fait que tout système électronique qui mesure un signal donné n'en acquiert que la partie située dans une certaine bande de fréquence. On peut donc considérer que l'on convertit toujours des signaux dont le spectre est nul en dehors d'une bande de fréquence limitée notée $[B_1, B_2]$ avec $B_1 > 0$ (signaux « passe-bande »).

[0054] L'équation précédente (3) se simplifie en éliminant les fréquences f_n situées en dehors de cette bande et on a finalement pour tout temps t de $[0, T]$:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N p_n \cos(2\pi f_n t) + q_n \sin(2\pi f_n t) \quad (4)$$

[0055] où n varie entre 1 et $N = (B_2 - B_1)T$ et les fréquences f_n décrivent l'ensemble des fréquences espacées de $1/T$ dans l'intervalle $[B_1, B_2]$ selon par exemple la loi : $f_n = B_1 + (n-1)/T$ (5)

[0056] En pratique, on peut resserrer un peu plus la grille de fréquences en les espaçant seulement de $0.8/T$ ou $0.9/T$ par exemple.

[0057] En utilisant l'équation (4) ci-dessus aux instants de franchissement de seuil, on écrit le vecteur X des valeurs du signal $x(t)$ pris seulement à ces instants de franchissement $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$, selon la relation (6) suivante:

$$x \triangleq \begin{bmatrix} x(\tau_1) \\ x(\tau_2) \\ \vdots \\ x(\tau_k) \\ \vdots \\ x(\tau_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi f_1 \tau_1) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_1) & \sin(2\pi f_1 \tau_1) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_1) \\ \cos(2\pi f_1 \tau_2) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_2) & \sin(2\pi f_1 \tau_2) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_2) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi f_1 \tau_k) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_k) & \sin(2\pi f_1 \tau_k) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_k) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi f_1 \tau_K) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_K) & \sin(2\pi f_1 \tau_K) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_N \\ q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{bmatrix} \triangleq A^T X$$

(6)

[0058] où X est le vecteur inconnu des coefficients de Fourier P_n et Q_n de $x(t)$.

[0059] A^T est une matrice $K \times 2N$ que l'on calcule numériquement à partir des mesures des temps $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$. En effet les valeurs f_n étant connues, à partir de la bande $[B_1, B_2]$ par la relation (5), on peut alors calculer les fonctions cosinus et sinus élémentaires de cette matrice A^T à partir des valeurs τ_k et f_n .

[0060] Plus généralement, la matrice A^T peut être constituée de toute base de signaux échantillonnés permettant de convertir un signal du domaine fréquentiel vers le domaine temporel.

[0061] Lorsque l'on suppose que l'amplitude des seuils $y_1, y_2, \dots, y_m, \dots, y_M$ est connue exactement, on peut, comme le propose le document de Ramdas Kumaresan et Nitesh Panchal (« Encoding Bandpass Signals Using Zero/Level Crossings: A model-Based Approach », IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Vol. 18, N°1, January 2010) calculer le spectre X du signal en résolvant une équation équivalente au système suivant, en référence aux relations (2) et (6) :

$$A^T X \triangleq \begin{bmatrix} \cos(2\pi f_1 \tau_1) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_1) & \sin(2\pi f_1 \tau_1) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_1) \\ \cos(2\pi f_1 \tau_2) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_2) & \sin(2\pi f_1 \tau_2) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_2) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi f_1 \tau_k) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_k) & \sin(2\pi f_1 \tau_k) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_k) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi f_1 \tau_K) & \dots & \cos(2\pi f_N \tau_K) & \sin(2\pi f_1 \tau_K) & \dots & \sin(2\pi f_N \tau_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_N \\ q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{m(1)} \\ y_{m(2)} \\ y_{m(3)} \\ y_{m(4)} \\ \vdots \\ y_{m(K)} \end{bmatrix}$$

[0062] L'inconvénient de cette méthode est qu'elle suppose une connaissance parfaite de l'amplitude des seuils qui n'est pas réaliste en pratique du fait des incertitudes qui affectent les composants électroniques analogiques (dérives en température, vieillissement, dispersion, etc...). On peut certes réduire cette incertitude par des calibrations par exemple, mais ces opérations sont coûteuses, doivent être répétées régulièrement et laissent toujours subsister une incertitude (0.1% ou 0.01% par exemple au lieu de 1% initialement). Les calibrations sont de plus impossibles à réaliser sur des systèmes électroniques embarqués.

[0063] On retrouve pour les seuils eux-mêmes cette fois, la difficulté, déjà évoquée, de mesurer très précisément l'amplitude d'un signal quelconque.

[0064] Le procédé selon l'invention abandonne cette hypothèse (connaissance parfaite de l'amplitude des seuils) et considère que l'on ne connaît qu'approximativement ces amplitudes mais que, néanmoins, chacune de ces amplitudes est stable durant toute la durée d'observation. On ne sait donc pas exactement la valeur que prend le signal lorsqu'il franchit un seuil mais on sait qu'il prend exactement la même valeur à chacun des franchissements de ce seuil. L'invention utilise avantageusement cette connaissance pour reconstruire le signal analogique. En complétant les notations déjà

définies plus haut, partant de cette hypothèse de stabilité des seuils pendant la période T, on peut donc écrire :

$$x \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} x(\tau_1) \\ x(\tau_2) \\ x(\tau_3) \\ x(\tau_4) \\ \vdots \\ x(\tau_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{m(1)} \\ y_{m(2)} \\ y_{m(3)} \\ y_{m(4)} \\ \vdots \\ y_{m(K)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} \stackrel{\Delta}{=} By$$

(7)

[0065] où B est une matrice constituée de 0 et de 1 qui indique quelle est la valeur y_m du seuil franchi à l'instant τ_k , et où y est le vecteur des amplitudes des seuils.

[0066] On peut noter qu'il ne peut y avoir qu'un seul 1 par ligne mais un nombre quelconque de 1 par colonne car un seuil peut être franchi plusieurs fois.

[0067] L'invention réalise la conversion analogique-numérique d'un signal analogique « passe-bande » de bande limitée $[B_1, B_2]$, connue a priori, en n'utilisant que l'information des instants de franchissement d'un faible nombre de seuils fixes.

L'avantage principal par rapport aux solutions existantes est que, pour une résolution donnée, le procédé selon l'invention nécessite beaucoup moins de seuils (au minimum un seul seuil) et que les amplitudes de ces seuils n'ont pas besoin d'être connues avec une précision métrologique. Il suffit que ces amplitudes soient stables sur de courtes périodes de temps, ce qui est très simple à réaliser en pratique.

[0068] L'invention est ainsi fondée sur l'utilisation combinée de deux propriétés du signal analogique à convertir :

- ce signal ne contient que des fréquences situées dans une bande connue $[B_1, B_2]$;
- et il atteint une même amplitude lors de tous les instants de franchissement d'un seuil donné.

[0069] En résumé, la détermination du spectre X échantillonné du signal analogique x est obtenue par la résolution du système linéaire sous-déterminé :

[0070] $A^T X = By$

[0071] La [Fig.2] résume les principales étapes de mise en œuvre de la méthode selon l'invention.

[0072] Dans une première étape 201, on détermine des mesures m constituées des temps $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$ de franchissement de seuil par le signal analogique sur un intervalle de durée T donné, et des numéros $m(1), m(2), \dots, m(k), \dots, m(K)$ du seuil franchi à chacun de ces instants $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$.

- [0073] Dans une deuxième étape 202, à partir des numéros $m(1), m(2), \dots, m(k), \dots, m(K)$ des seuils franchis, on construit la matrice binaire B tel qu'explicité précédemment de sorte que $x=By$ avec x le vecteur inconnu constitué des valeurs du signal échantillonné aux instants de franchissement de seuil et y le vecteur inconnu constitué des valeurs des seuils de quantification.
- [0074] Ensuite ou en parallèle, dans une étape 203, on détermine la matrice A^T tel qu'explicité précédemment à partir des temps $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$ de franchissement de seuil par le signal analogique, du temps d'observation T et des valeurs des fréquences f_n .
- [0075] Enfin, dans une étape 204, on recherche une solution X parcimonieuse au système $A^T X = By$.
- [0076] La [Fig.3] schématise le détail de l'étape 204 permettant de déterminer la solution X .
- [0077] Le calcul d'une solution X aussi parcimonieuse que possible du système linéaire sous-déterminé précédent peut être ramené à la maximisation d'un kurtosis de la manière suivante.
- [0078] Le vecteur X peut être décomposé comme la somme de deux composantes :
- Une première composante X_A dans le sous-espace $\text{Span}(A)$ engendré par les colonnes de la matrice A (transposée de la matrice A^T)
 - Une seconde composante X_{\perp} dans le sous-espace complémentaire orthogonal au sous espace $\text{Span}(A)$ et dont une base orthonormée est notée A_{\perp} .
- [0079] Ces deux composantes s'écrivent respectivement $X_A = A (A^T A)^{-1} By$ et $X_{\perp} = A_{\perp} z$.
- [0080] y est le vecteur des seuils de quantification qu'on suppose inconnu ou plus exactement connu avec une certaine incertitude. Il est de dimension M égale au nombre de colonnes de la matrice B .
- [0081] z est un vecteur inconnu de dimension n_{\perp} égale au nombre de colonnes de la matrice A_{\perp} .
- [0082] On peut vérifier que le vecteur X est une solution du système $A^T X = By$ puisque $A^T X_A = By$ et $A^T X_{\perp} = 0$.
- [0083] Ainsi, la recherche d'une solution X la plus parcimonieuse possible est équivalente à la recherche d'une combinaison linéaire, la plus parcimonieuse possible, des colonnes des matrices $A (A^T A)^{-1} B$ et A_{\perp} .
- [0084] Une première étape consiste à rendre l'ensemble de ces colonnes orthogonales et de norme 1. Les colonnes de la matrice A_{\perp} ont déjà été prises orthonormées, c'est-à-dire que $A_{\perp}^T A_{\perp}$ est égale à la matrice identité de taille n_{\perp} . Il suffit donc

d'orthonormaliser les colonnes de la matrice $A(A^T A)^{-1}B$.

[0085] Cette étape d'orthonormalisation est, par exemple, réalisée au moyen d'une décomposition QR. La matrice est décomposée en $A(A^T A)^{-1}B = UR$ où U a M colonnes orthonormées (et R est une matrice triangulaire de taille $M \times M$ qui n'est pas utilisée par la suite).

[0086] Ensuite, dans une étape 302, on recherche la combinaison linéaire des lignes de kurtosis maximum de la matrice A' suivante :

$$[0087] \quad A' = \begin{bmatrix} U^T & (M \text{ lignes}) \\ A_{\perp}^T & (n_{\perp} \text{ lignes}) \end{bmatrix}$$

[0088] En effet, un kurtosis très élevé caractérise une variable aléatoire très proche de 0 avec une grande probabilité et non nulle avec une très faible probabilité, autrement dit une variable aléatoire parcimonieuse.

[0089] On définit le kurtosis empirique d'une ligne $(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, a_N)$ de la matrice A' par la formule
$$K_a = \frac{\sum_{n=1}^{n=N} a_n^4}{\left(\sum_{n=1}^{n=N} a_n^2\right)^2}$$
. Cette formule se simplifie du fait des

lignes orthonormées car on a $\sum_{n=1}^{n=N} a_n^2 = 1$.

[0090] La formule simplifiée du kurtosis empirique devient $K_a = \sum_{n=1}^{n=N} a_n^4$.

[0091] La recherche d'une valeur maximale du kurtosis empirique K_a est équivalente à la recherche d'une valeur maximale de la quantité simplifiée $K_a = \sum_{n=1}^{n=N} a_n^4$.

[0092] L'étape 302 est réalisée en déterminant différentes combinaisons linéaires de la première ligne de la matrice A' avec les autres lignes.

[0093] Autrement dit, l'étape 302 est réalisée en déterminant une matrice carrée V de rotation, de dimensions $(n_{\perp} + M) \times (n_{\perp} + M)$ et en multipliant A' à gauche par cette matrice V , soit $V \times A'$. La matrice A' est de dimension $n_{\perp} + M$ par N . On remarque qu'il est avantageux de ne multiplier à gauche que par des matrices orthogonales (matrices V qui vérifient $V^T V = V V^T = I_{n_{\perp} + M} =$ la matrice identité de dimension $(n_{\perp} + M) \times (n_{\perp} + M)$) car elles conservent la normalisation des lignes c'est-à-dire la validité de la formule simplifiée du kurtosis empirique.

[0094] La matrice orthogonale V telle que la première ligne de $V \times A'$ soit de kurtosis maximal ne peut être calculée en une seule étape ; elle est construite itérativement comme produit (les matrices produits de matrices orthogonales sont orthogonales) de matrices orthogonales élémentaires particulières appelées rotations de Givens (qui cor-

ligne de kurtosis le plus élevé et « v » correspond à la ligne de kurtosis le plus faible. Ainsi, on cherche à maximiser la différence des kurtosis empiriques $K_u - K_v$.

$$[0107] \quad K_u - K_v = \sum_{n=1}^{n=N} (u_n^4 - v_n^4) = \cos 2\theta \left(\sum_{n=1}^{n=N} (a_n^4 - b_n^4) \right) + \sin 2\theta \left(\sum_{n=1}^{n=N} 2a_n b_n (a_n^2 + b_n^2) \right) \quad (8)$$

[0108] A partir de l'expression (8), on détermine les valeurs de $\cos 2\theta$ et $\sin 2\theta$ qui maximisent cette expression puis on en déduit les valeurs de $\cos \theta$ et $\sin \theta$ et enfin la valeur de l'angle de rotation θ qui permet d'obtenir un kurtosis empirique maximal pour la ligne u résultant de la rotation des lignes $A'(1, :)$ et $A'(j, :)$.

$$[0109] \quad \cos \theta = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta}{2}} \text{ et } \sin \theta = \frac{\sin 2\theta}{2 \cos \theta} \text{ avec}$$

$$[0110] \quad \cos 2\theta = \frac{\sum_{n=1}^{n=N} a_n^4 - b_n^4}{\sqrt{\left(\sum_{n=1}^{n=N} a_n^4 - b_n^4 \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{n=N} 2a_n b_n (a_n^2 + b_n^2) \right)^2}} \quad \text{et}$$

$$\sin 2\theta = \frac{\sum_{n=1}^{n=N} 2a_n b_n (a_n^2 + b_n^2)}{\sqrt{\left(\sum_{n=1}^{n=N} a_n^4 - b_n^4 \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{n=N} 2a_n b_n (a_n^2 + b_n^2) \right)^2}}$$

[0111] Un avantage de cette première variante est sa faible complexité de résolution numérique.

[0112] Une seconde variante de réalisation consiste à rechercher directement l'angle de rotation θ qui permet de maximiser le kurtosis empirique K_u de la ligne u qui vaut :

$$[0113] \quad \sum_{n=1}^{n=N} u_n^4 = \sum_{n=1}^{n=N} \frac{a_n^4 + b_n^4}{4} + \left(\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n=N} (a_n^4 - b_n^4) - \sum_{n=1}^{n=N} a_n b_n (a_n^2 + b_n^2) \right) (\cos 2\theta) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{n=1}^{n=N} a_n^4 + b_n^4}{2} - \sum_{n=1}^{n=N} a_n b_n (a_n^2 - b_n^2) \right) (\sin 2\theta) \quad (9)$$

[0113] L'expression (9) correspond à un critère linéaire et quadratique sous contrainte quadratique. L'angle θ qui maximise cette expression est obtenu par résolution numérique.

[0114] L'une des deux variantes décrites ci-dessus est donc appliquée à chaque couple de lignes $(1, j)$ de la matrice A' selon une séquence prédéterminée. Différentes structures de balayage des lignes peuvent être envisagées à cet effet.

[0115] A chaque itération (numérotée par l'indice « P »), les produits des matrices de rotation de Givens obtenues sont accumulés dans une matrice orthogonale V_p .

[0116] La procédure itérative est organisée de la manière suivante.

[0117] On initialise $V_0 = I_{n_{\perp} + M}$ et $A'_0 = A'$, avec $I_{n_{\perp} + M}$ la matrice identité de dimension $(n_{\perp} + M) \times (n_{\perp} + M)$.

[0118] Puis à chaque itération, pour chaque matrice de rotation déterminée, on calcule

$$V_p = V_{p-1} \times G(i, j, \theta)^T \text{ et } A'_p = G(i, j, \theta) \times A'_{p-1}.$$

[0119] L'orthogonalité des rotations de Givens (c'est-à-dire la propriété

$$G(i, j, \theta)^T \times G(i, j, \theta) = I_{n_{\perp} + M}) \text{ garantit la stabilité du produit } V_p \times A'_p \text{ au}$$

cours des itérations, en effet :

$$V_p \times A'_p = V_{p-1} \times A'_{p-1} = \dots = V_0 \times A'_0 = I_{n \perp + M} \times A' = A'$$

[0120] On a donc $A'_p = V_p^T \times A'$ tout au long de la procédure d'optimisation. Une fois la convergence atteinte après un certain nombre P d'itérations, la première ligne de $A'_p = V_p^T \times A'$ est aussi parcimonieuse que possible, le vecteur X , parcimonieux et solution du système $A^T X = B y$, est la transposée de la première ligne de la matrice A' .

[0121] Le vecteur X contient le spectre du signal échantillonné en sortie de conversion analogique numérique.

[0122] Le signal analogique $x_A(t)$ converti dans le domaine numérique est donné par le produit

$$x_N(t) = (\cos(2\pi f_1 t) \dots \cos(2\pi f_N t) \sin(2\pi f_1 t) \dots \sin(2\pi f_N t)) \times X$$

pour tout instant t de l'intervalle $[0, T]$. En particulier, le vecteur X (équations 2, 6, 7) des valeurs numérisées du signal aux instants de franchissement

$$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K \text{ est égal à } A^T X.$$

[0123] La figure 4 schématise un dispositif CAN apte à mettre en œuvre l'invention. Le dispositif CAN reçoit en entrée un signal analogique x_A . Il comporte un circuit de mesure MES pour mesurer les instants de franchissement de seuils de quantification par le signal et les numéros des seuils franchis. Ces instants et ces numéros sont sauvegardés dans une mémoire MEM, qui peut contenir également la matrice A^T . Le dispositif CAN comporte également un processeur PROC pour mettre en œuvre les étapes de la méthode de mesure du spectre selon l'invention à partir des mesures sauvegardées dans la mémoire MEM.

[0124] Le processeur PROC fournit en sortie une mesure X du spectre échantillonné du signal.

[0125] Si le dispositif CAN est un convertisseur analogique numérique, le processeur PROC fournit également le vecteur x_N du signal numérisé temporellement obtenu en multipliant X par la matrice A^T et/ou la valeur numérisée du signal analogique à tout instant t .

[0126] On décrit à présent une deuxième application de l'invention à un dispositif d'acquisition d'un signal audio, par exemple un microphone ou plus généralement une chaîne d'acquisition de signaux audio.

[0127] Un tel dispositif d'acquisition comporte typiquement un égaliseur audio permettant de filtrer ou amplifier différentes sous-bandes du signal.

[0128] Typiquement un signal audio présente un spectre dans une bande de fréquences allant de 20 Hz à 20 kHz. Cette bande de fréquences peut être décomposée en plusieurs sous-

bandes dans laquelle un gain d'égalisation est appliqué.

- [0129] Ces gains d'égalisation peuvent être soumis à des incertitudes liées, par exemple, à des défauts de calibration.
- [0130] Dans cette deuxième application, on considère que x est le signal audio échantillonné que l'on cherche à reconstruire.
- [0131] D'une part $x=By$ avec B une matrice dont chaque colonne contient le signal audio mesuré sur chaque sous-bande et y est un vecteur contenant des coefficients d'égalisation propres à chaque sous-bande.
- [0132] Autrement dit, les colonnes de la matrice B sont obtenues par des mesures réalisées par le dispositif d'acquisition qui fournit une version bande étroite du signal audio sur chaque sous-bande. A cet effet, le dispositif d'acquisition comporte des filtres ou égaliseurs pour filtrer et égaliser chaque signal bande étroite. Ces composants peuvent être soumis à des imperfections. Le vecteur y contient ainsi des coefficients d'égalisation (inconnus) qui permettent d'égaliser les signaux bande étroites mesurés par le dispositif de sorte à corriger les erreurs d'égalisation et obtenir un signal x parfaitement égalisé.
- [0133] Par ailleurs, le signal audio x peut être décomposé en $x=A^T X$ avec A^T une matrice définissant une base de décomposition de signaux audio telle que la décomposition X obtenue est un signal parcimonieux.
- [0134] La base de décomposition est, par exemple, une base définie par un dictionnaire de transformée en cosinus discret « Discrete Cosine Transform » ou un dictionnaire de Gabor utilisé dans l'article : Adler, Amir, et al. "Audio inpainting." IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing 20.3 (2011): 922-932, ou un dictionnaire de transformée en cosinus discret modifié « Modified Discrete Cosine Transform » pour les signaux musicaux cité par Hélène Papadopoulos et Matthieu Kowalski dans "Décomposition parcimonieuse structurée des signaux audio de musique guidée par l'information experte" GRETSI. 2013.
- [0135] La méthode décrite précédemment pour déterminer le spectre X d'un signal analogique échantillonné par un convertisseur analogique numérique s'applique ensuite à l'identique pour résoudre le système linéaire sous-déterminé $A^T X = By$ afin de déterminer le vecteur X qui correspond à la projection du signal audio sur la base définie par la matrice A^T , puis déterminer le signal audio x reconstruit numériquement.
- [0136] La méthode peut être mise en œuvre au moyen d'un dispositif d'acquisition d'un signal audio du type décrit à la [Fig.4] comprenant un équipement de mesure comprenant un ensemble de filtres égaliseurs, un circuit de mémorisation et un processeur configuré pour mettre en œuvre la méthode selon l'invention.
- [0137] L'invention s'applique encore pour une troisième application qui concerne un

dispositif d'acquisition d'image composé de plusieurs capteurs, par exemple un imageur à rayons X.

- [0138] La [Fig.5] décrit schématiquement le principe de fonctionnement d'un imageur à rayons X ou scanner à rayons X comportant une source de rayons X SRX, par exemple un tube à rayons X et un dispositif de détection DRX constitué de plusieurs détecteurs élémentaires par exemple agencés linéairement ou sous forme d'une matrice. L'objet à imager est placé entre la source SRX et le dispositif de détection DRX et est irradié par des rayons X RX émis par la source vers les détecteurs selon une direction prédéterminée par un angle θ . Chaque pixel de l'objet est caractérisé par une valeur d'absorption de rayons X et on cherche à reconstruire l'image, notée $I(x,y)$, de ces valeurs. La mesure réalisée par un détecteur correspond à la combinaison de ces valeurs d'absorption le long du rayon reliant la source SRX au détecteur.
- [0139] Les détecteurs élémentaires du dispositif DRX mesurent donc la projection d'une image $I(x,y)$ sur ces détecteurs selon la direction définie par l'angle θ .
- [0140] Pour imager complètement l'objet, l'ensemble constitué de la source SRX et des détecteurs DRX pivote autour de l'objet afin de réaliser plusieurs acquisitions successives selon différents angle θ .
- [0141] Dans le domaine de l'imagerie médicale, l'objet à imager correspond à une tranche anatomique de faible épaisseur ou coupe. La source SRX et les détecteurs DRX sont contraints à être positionnés dans le plan de la tranche anatomique et tournent autour de la tranche.
- [0142] L'image en deux dimensions de la tranche anatomique est reconstruite à partir des différentes projections mesurées par les détecteurs pour différents angles θ .
- [0143] Le même principe d'acquisition peut être réalisé en tomographie 3D en généralisant ce principe à un volume corporel. La source SRX et les détecteurs DRX pivotent dans ce cas autour du volume à imager selon des trajectoires optimisées assurant une couverture la plus complète possible des différents angles de vue. Les directions de projection sont, dans le cas d'une imagerie 3D, définies par deux angles qui déterminent le point de vue du dispositif d'imagerie par rapport au volume à imager.
- [0144] Un objectif de l'invention est de fournir une méthode permettant de reconstruire l'image I (en 2D ou en 3D) à partir d'un nombre réduit d'acquisitions.
- [0145] Dans le cas où le dispositif d'imagerie utilisé est un scanner à rayons X du type décrit à la [Fig.5], chaque mesure est constituée par un vecteur de N_d valeurs correspondant au nombre de détecteurs élémentaires du dispositif de détection de rayons X DRX. On réalise N_a mesures pour différents angles θ de prise de vue différents comme décrit ci-dessus.
- [0146] Les mesures acquises sont numérisées et concaténées dans un vecteur m de taille $N_{da} = N_d \times N_a$. Un objectif de l'invention est de reconstruire une image I de l'objet à imager,

l'image ayant un nombre d de pixels strictement supérieur à la dimension N_{da} du vecteur.

- [0147] Sans sortir du cadre de l'invention, tout autre dispositif d'imagerie apte à produire un vecteur de mesures m d'imagerie d'un objet, selon différentes projections, peut être utilisé en remplacement du scanner à rayons X. En particulier, une unité d'imagerie par résonance magnétique (IRM) peut être utilisée pour réaliser l'étape de mesures. Dans ce cas, la variation de l'angle de projection décrit ci-dessus pour le scanner à rayons X est remplacée par une variation d'un champ magnétique créé par des courants passant dans des bobines appelées bobines de gradient de champ. Ce champ variable s'ajoute au champ permanent, fixe dans le temps et l'espace utile, créé par un aimant supraconducteur.
- [0148] Ces variations de champs sont modélisées comme une trajectoire dans un espace abstrait appelé « k-space » en anglais. Une séquence IRM consiste en une certaine trajectoire pour échantillonner cet espace, plus on a d'échantillons meilleure est l'image. La durée nécessaire pour acquérir une image est très variable : de l'ordre d'une seconde pour l'IRM fonctionnelle à plusieurs dizaines de minutes pour une image en T2 mais dans tous les cas il est utile de raccourcir cette durée sans dégrader la qualité image.
- [0149] Pour chaque position donnée dans l'espace « k-space », le signal IRM est recueilli par des antennes radiofréquences disposées à proximité du patient à l'intérieur de l'aimant supraconducteur.
- [0150] Ainsi, pour une application d'imageries par résonance magnétique, le vecteur de mesures correspond à différentes mesures réalisées par les antennes de l'unité IRM, ces mesures étant associées à une position donnée dans l'espace « k-space ».
- [0151] Quel que le soit le dispositif de détection multi-capteurs utilisé peut comporter des imperfections de calibration entre les gains des différents capteurs élémentaires. Ces imperfections se retrouvent donc dans les mesures réalisées.
- [0152] Dans cette troisième application, la matrice B correspond à la concaténation verticale de N_a matrices diagonales de tailles $N_d \times N_d$, chaque matrice diagonale correspondant à un angle de prise de vue du détecteur et comprenant, sur sa diagonale, les mesures issues d'un des capteurs du dispositif.
- [0153] Le signal image x qui serait obtenu sans erreurs de calibration des capteurs élémentaires s'écrit $x = By$ avec y un vecteur de dimension égale au nombre de capteurs élémentaires et comprenant pour chaque capteur un coefficient correctif de l'erreur de calibration.
- [0154] Par ailleurs, ce signal image x est aussi égal à $x = P.D.X = A^T.X$ où $A^T = P.D$ avec P la matrice de projection qui contient les vecteurs associés aux directions données par les différents angles θ de prise de vue et D matrice contenant les composantes d'une base

de décomposition de signaux, par exemple une base de décomposition en ondelettes ou en fonctions de ridgelet ou en fonctions de curvelet ou toute autre base de signaux qui permet de décomposer une image I.

- [0155] X correspond à la projection du signal x sur la base définie par $A^T = P.D$ et l'image reconstruite est obtenue en calculant $I = D.x$.
- [0156] De la même façon, cette troisième application de l'invention peut être mise en œuvre au moyen d'un dispositif du type de la [Fig.4] qui comporte un équipement de mesure comprenant un détecteur multi-capteurs, un circuit de mémorisation et un processeur configuré pour mettre en œuvre l'invention.
- [0157] La [Fig.6] résume les étapes générales de la méthode de reconstruction d'un signal x selon l'invention.
- [0158] La première étape 601 consiste à acquérir un ensemble de mesures échantillonnées d'un signal x, qui peut être un signal analogique quelconque, un signal audio, un signal image.
- [0159] La deuxième étape 602 consiste à déterminer la matrice B à partir des mesures réalisées à l'étape 601, ces mesures étant entachées d'incertitudes liées à des imperfections des dispositifs d'acquisition (incertitudes de calibration ou d'égalisation)
- [0160] La troisième étape 603 (qui peut être exécutée indépendamment de la deuxième étape 602, c'est-à-dire sans ordre particulier) consiste à déterminer une base A^T dans laquelle le signal x peut être décomposé de façon parcimonieuse.
- [0161] La quatrième étape 604 consiste à appliquer l'invention pour rechercher une solution X parcimonieuse du système linéaire sous-déterminé $A^T X = B.y$.
- [0162] Le signal x peut ensuite être reconstruit en calculant $x = A^T X$.
- [0163] L'invention s'applique plus généralement pour tout type de signal mesuré au moyen d'un dispositif d'acquisition soumis à des incertitudes ou imperfections, liées notamment à une calibration imparfaite.
- [0164] Une autre application de l'invention concerne un capteur d'images comportant au moins trois détecteurs, chaque détecteur étant apte à acquérir l'image selon une composante spectrale, par exemple selon une décomposition RVB (Rouge, vert, bleu)
- [0165] De la même façon que dans les applications décrites précédemment, chaque détecteur unitaire peut être affecté d'imperfections liées à une calibration imparfaite. L'invention peut ainsi être appliquée pour reconstruire le signal image à partir de ses composantes spectrales mesurées par les détecteurs unitaires, ces mesures permettant de construire la matrice B.

Revendications

- [Revendication 1] Méthode, mise en œuvre par ordinateur, de reconstruction d'un signal x comprenant les étapes de :
- Réaliser (601), à l'aide d'un dispositif d'acquisition, un ensemble de mesures échantillonnées du signal x ,
 - Construire (602), à partir desdites mesures, une première matrice B telle que $x=By$ avec y un vecteur caractérisant des incertitudes de mesure propres au dispositif,
 - Déterminer (603) une deuxième matrice A^T correspondant à une base de signaux échantillonnés telle que $x= A^T X$, où X est un vecteur constitué de coefficients représentatifs dudit signal x dans ladite base,
 - Déterminer (604) le vecteur X comme étant une solution parcimonieuse X au système linéaire sous-déterminé $A^T X= By$ en déterminant un vecteur X qui est une combinaison linéaire des colonnes des matrices $A (A^T A)^{-1} B$ et A_{\perp} , ayant un kurtosis maximal, où A est une matrice transposée de la deuxième matrice A^T et A_{\perp} est une matrice dont les colonnes forment une base orthonormée du sous-espace complémentaire orthogonal aux colonnes de la matrice A .
- [Revendication 2] Méthode selon la revendication 1 dans laquelle le signal x est un signal analogique à bande de fréquences limitée, l'ensemble de mesures est un ensemble de temps de franchissement $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots, \tau_K$ d'un ensemble de seuils par ledit signal sur un intervalle de temps donné, la première matrice B est une matrice binaire déterminée à partir des numéros d'ordre des seuils franchis $m(1), m(2), \dots, m(k), \dots, m(K)$, x est un vecteur constitué des valeurs du signal prises auxdits temps de franchissement, y est un vecteur constitué des valeurs des seuils franchis et X représente le spectre échantillonné du signal x .
- [Revendication 3] Méthode selon la revendication 2 dans laquelle la deuxième matrice A^T est une base de sinusoides échantillonnées auxdits temps de franchissement de seuils.
- [Revendication 4] Méthode selon la revendication 1 dans laquelle le signal x est un signal audio à bande de fréquences limitée, X est un vecteur comprenant des

coefficients spectraux dudit signal pour un ensemble de sous-bandes fréquentielles, l'ensemble de mesures est un ensemble de mesures du spectre du signal audio pour chacune desdites sous-bandes fréquentielles, la première matrice B est déterminée à partir desdites mesures de sorte que $x=By$ avec y un vecteur dont les coefficients sont des gains d'égalisation de chaque sous-bande fréquentielle.

[Revendication 5] Méthode selon la revendication 4 dans laquelle la deuxième matrice A^T est une base d'un dictionnaire de type transformée en cosinus discret DCT ou transformée en cosinus discret modifié MDCT ou dictionnaire de Gabor.

[Revendication 6] Méthode selon l'une quelconque des revendications 2 à 5 comprenant une étape de détermination du signal numérisé par le produit de la deuxième matrice A^T et du spectre X.

[Revendication 7] Méthode selon la revendication 1 dans laquelle le signal x est un signal image, l'ensemble de mesures est un ensemble de mesures d'imagerie d'un objet acquises par une pluralité de capteurs d'imagerie sous différents angles de prises de vue, la première matrice B est déterminée à partir desdites mesures de sorte que $x=By$ avec y un vecteur dont les coefficients sont des corrections de gain d'acquisition de chaque capteur d'imagerie.

[Revendication 8] Méthode selon la revendication 7 dans laquelle la deuxième matrice A^T est égale au produit d'une matrice de projection P définissant un ensemble de vecteurs de projection et d'une matrice dictionnaire D constituée des composantes d'une base de décomposition de l'image,

[Revendication 9] Méthode selon la revendication 8 comprenant en outre une étape de reconstruction d'une image I par le produit de la matrice D et du vecteur X.

[Revendication 10] Méthode selon l'une quelconque des revendications précédentes dans laquelle l'étape de déterminer une solution parcimonieuse au système linéaire sous-déterminé $A^T X = By$ est réalisée en :

- Transformant (301) la matrice $A(A^T A)^{-1} B$ en une matrice aux colonnes orthonormées U,
- Recherchant (302) une combinaison linéaire des lignes de la matrice transposée U^T et des lignes de la matrice transposée A_{\perp}^T ayant un kurtosis maximal.

- [Revendication 11] Méthode selon la revendication 10 dans laquelle la matrice orthonormée U est obtenue en réalisant une décomposition QR de la matrice $A(A^T A)^{-1} B$.
- [Revendication 12] Méthode selon la revendication 11 dans laquelle ladite combinaison linéaire est obtenue en recherchant une combinaison linéaire d'un couple de composantes formé d'une ligne de la matrice transposée U^T et d'une ligne de la matrice transposée A_{\perp}^T , ayant un kurtosis maximal.
- [Revendication 13] Méthode selon la revendication 12 dans laquelle ladite combinaison linéaire est obtenue en recherchant une matrice de rotation de Givens, définie par un angle de rotation θ , pour laquelle le produit dudit couple de composantes et de cette matrice de rotation de Givens présente un kurtosis maximal pour l'une de ses deux composantes ou présente une différence maximale entre les kurtosis des deux composantes.
- [Revendication 14] Méthode selon la revendication 13 dans laquelle la recherche d'une combinaison linéaire de kurtosis maximal est itérée pour plusieurs lignes de la matrice transposée U^T et/ou pour plusieurs lignes de la matrice transposée A_{\perp}^T .
- [Revendication 15] Dispositif de reconstruction d'un signal x comprenant :
- Un dispositif d'acquisition (MES, MEM) pour déterminer un ensemble de mesures échantillonnées du signal x ,
 - un processeur (PROC) configuré pour mettre en œuvre les étapes de la méthode selon l'une quelconque des revendications précédentes.
- [Revendication 16] Convertisseur analogique numérique, comportant un dispositif selon la revendication 15.
- [Revendication 17] Dispositif d'acquisition d'un signal audio comportant un dispositif selon la revendication 15.
- [Revendication 18] Système d'imagerie multi-capteurs comportant un dispositif selon la revendication 15.

[Fig. 1]

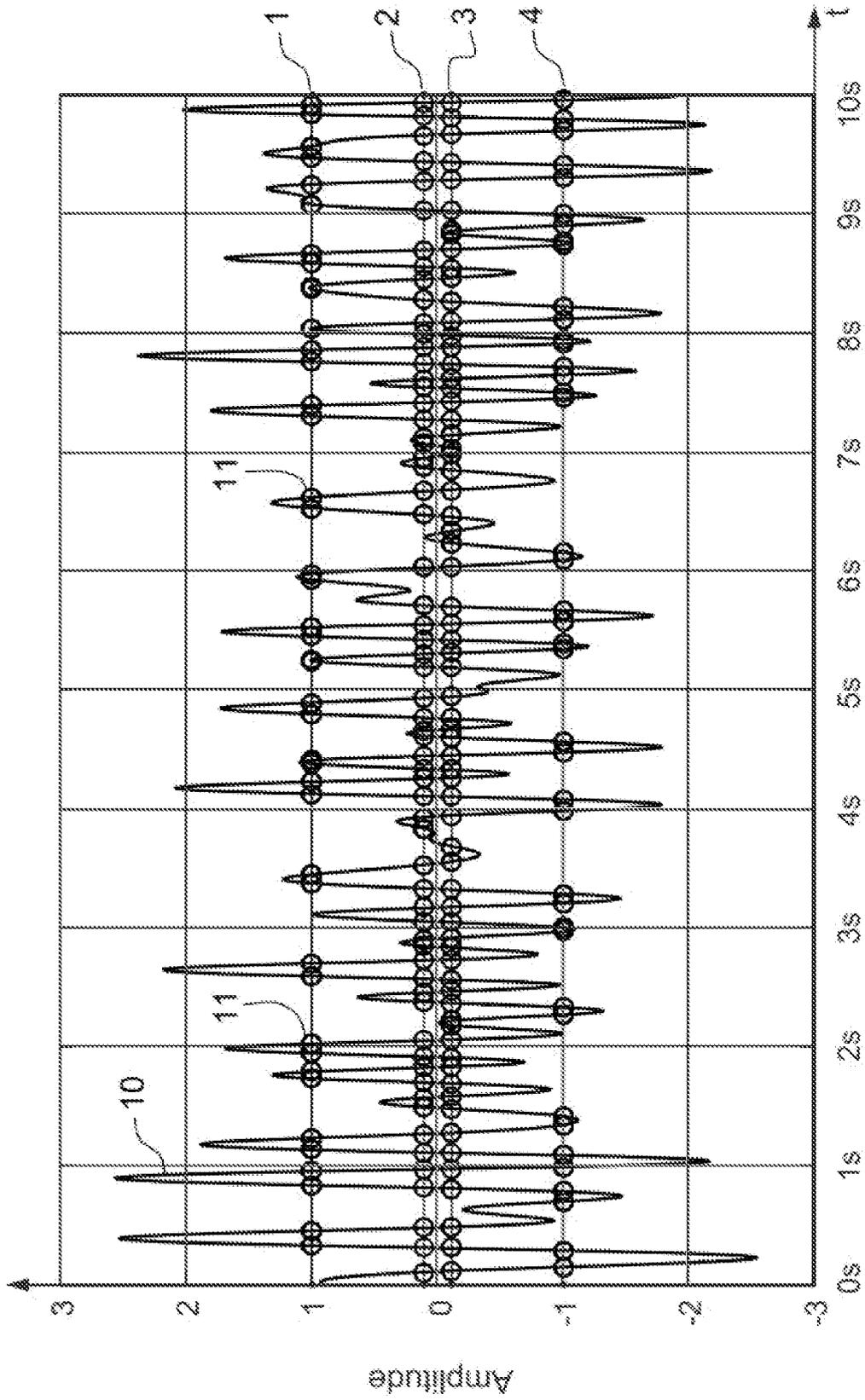


FIG.1

[Fig. 2]

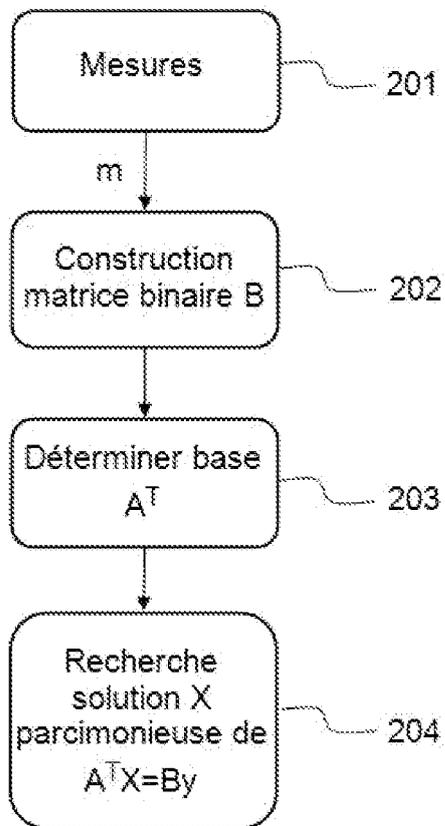


FIG.2

[Fig. 3]

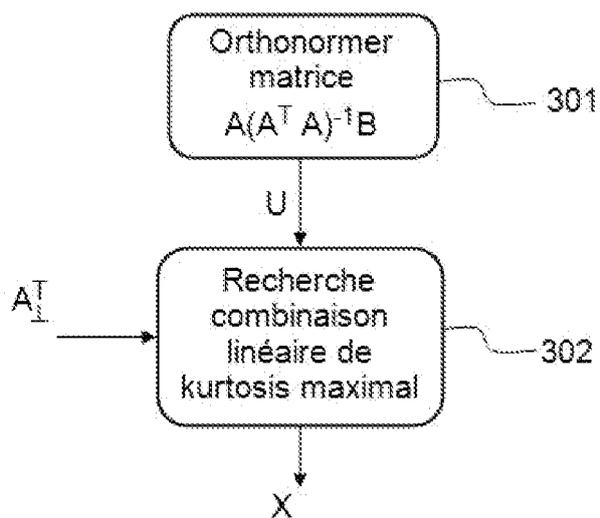


FIG.3

[Fig. 4]

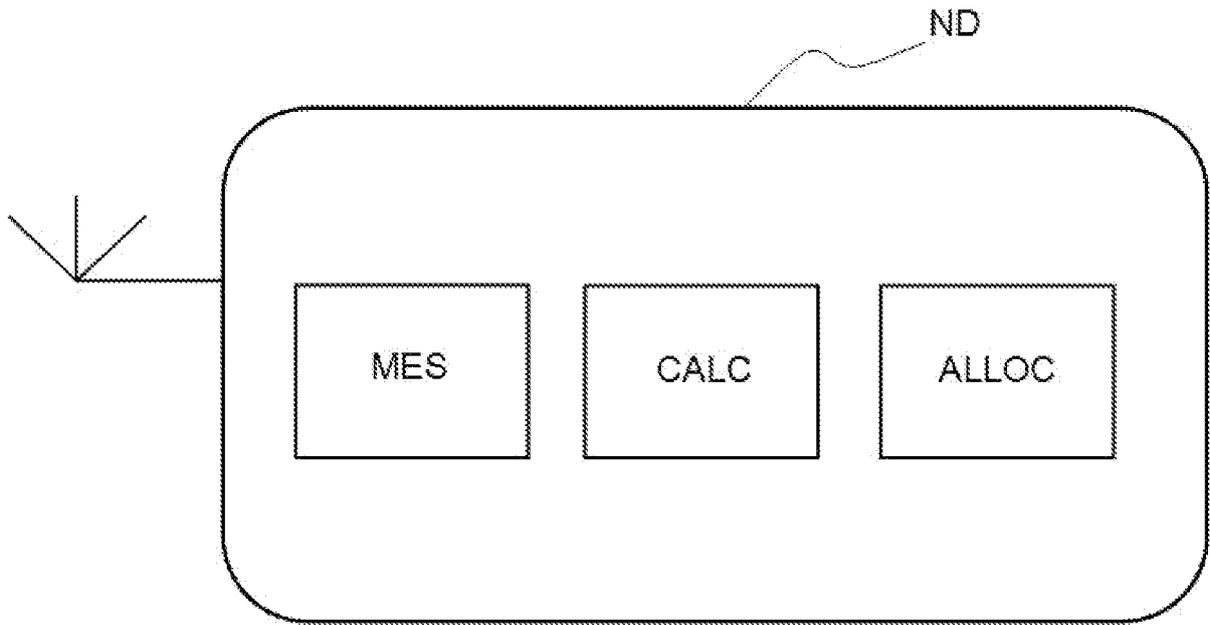


FIG.4

[Fig. 5]

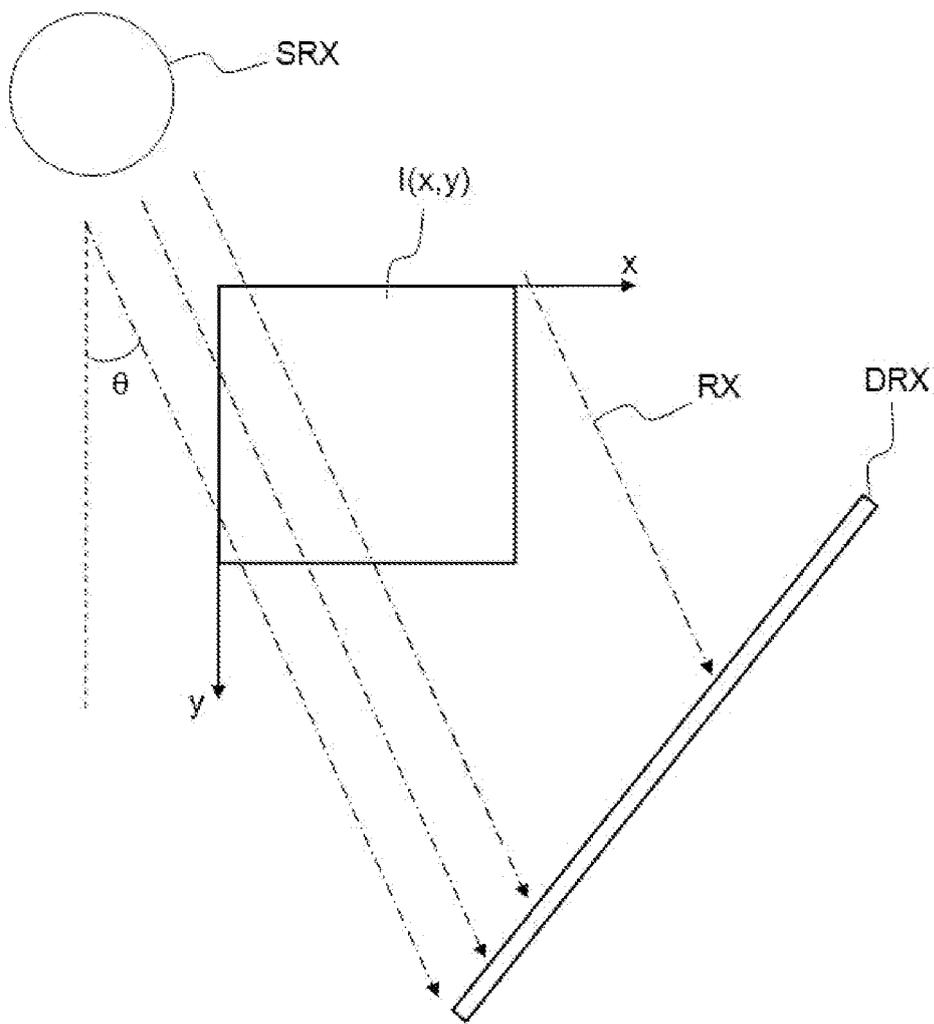


FIG.5

[Fig. 6]

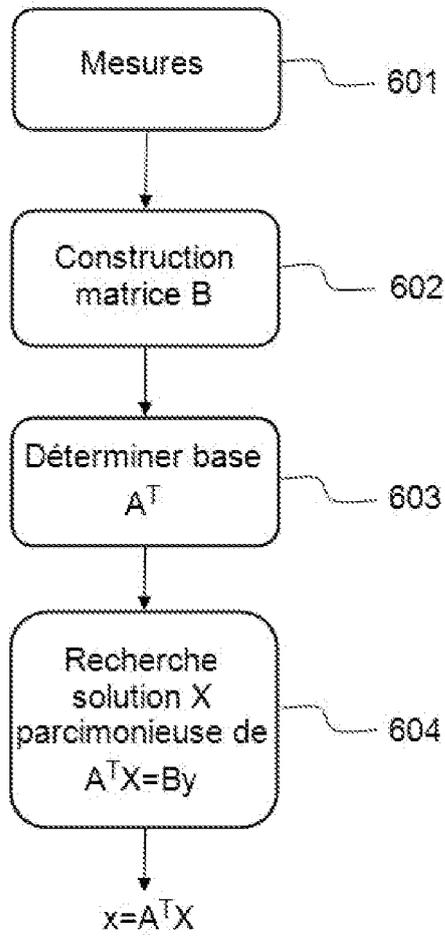


FIG.6

RAPPORT DE RECHERCHE

articles L.612-14, L.612-53 à 69 du code de la propriété intellectuelle

OBJET DU RAPPORT DE RECHERCHE

L'I.N.P.I. annexe à chaque brevet un "RAPPORT DE RECHERCHE" citant les éléments de l'état de la technique qui peuvent être pris en considération pour apprécier la brevetabilité de l'invention, au sens des articles L. 611-11 (nouveau) et L. 611-14 (activité inventive) du code de la propriété intellectuelle. Ce rapport porte sur les revendications du brevet qui définissent l'objet de l'invention et délimitent l'étendue de la protection.

Après délivrance, l'I.N.P.I. peut, à la requête de toute personne intéressée, formuler un "AVIS DOCUMENTAIRE" sur la base des documents cités dans ce rapport de recherche et de tout autre document que le requérant souhaite voir prendre en considération.

CONDITIONS D'ETABLISSEMENT DU PRESENT RAPPORT DE RECHERCHE

Le demandeur a présenté des observations en réponse au rapport de recherche préliminaire.

Le demandeur a maintenu les revendications.

Le demandeur a modifié les revendications.

Le demandeur a modifié la description pour en éliminer les éléments qui n'étaient plus en concordance avec les nouvelles revendications.

Les tiers ont présenté des observations après publication du rapport de recherche préliminaire.

Un rapport de recherche préliminaire complémentaire a été établi.

DOCUMENTS CITES DANS LE PRESENT RAPPORT DE RECHERCHE

La répartition des documents entre les rubriques 1, 2 et 3 tient compte, le cas échéant, des revendications déposées en dernier lieu et/ou des observations présentées.

Les documents énumérés à la rubrique 1 ci-après sont susceptibles d'être pris en considération pour apprécier la brevetabilité de l'invention.

Les documents énumérés à la rubrique 2 ci-après illustrent l'arrière-plan technologique général.

Les documents énumérés à la rubrique 3 ci-après ont été cités en cours de procédure, mais leur pertinence dépend de la validité des priorités revendiquées.

Aucun document n'a été cité en cours de procédure.

1. ELEMENTS DE L'ETAT DE LA TECHNIQUE SUSCEPTIBLES D'ETRE PRIS EN CONSIDERATION POUR APPRECIER LA BREVETABILITE DE L'INVENTION

SOULOUMIAC ANTOINE: "A Blind Reconstruction Algorithm for Level-Crossing Analog-to-Digital Conversion",
2019 27TH EUROPEAN SIGNAL PROCESSING CONFERENCE (EUSIPCO), EURASIP,
2 septembre 2019 (2019-09-02), pages 1-5,
XP033660159,
DOI: 10.23919/EUSIPCO.2019.8902505
[extrait le 2019-11-15]

SHARMA NEERAJ KUMAR ET AL:
"Event-triggered sampling and reconstruction of sparse real-valued trigonometric polynomials",
2014 INTERNATIONAL CONFERENCE ON SIGNAL PROCESSING AND COMMUNICATIONS (SPCOM),
IEEE,
22 juillet 2014 (2014-07-22), pages 1-6,
XP032704622,
DOI: 10.1109/SPCOM.2014.6983916
[extrait le 2014-12-12]

MAHDI BOLOURSAZ MASHHADI ET AL:
"Iterative Methods for Sparse Signal Reconstruction from Level Crossings",
ARXIV.ORG, CORNELL UNIVERSITY LIBRARY, 201
OLIN LIBRARY CORNELL UNIVERSITY ITHACA, NY
14853,
30 novembre 2016 (2016-11-30),
XP080735716,

Si Mohamed ET AL: "Traitement des signaux parcimonieux et applications",
,
1 novembre 2012 (2012-11-01), XP055327872,
Extrait de l'Internet:
URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00789538/document>
[extrait le 2016-12-09]

CN 109 993 105 A (UNIV BEIJING CHEM TECH)
9 juillet 2019 (2019-07-09)

2. ELEMENTS DE L'ETAT DE LA TECHNIQUE ILLUSTRANT L'ARRIERE-PLAN TECHNOLOGIQUE GENERAL

NEANT

**3. ELEMENTS DE L'ETAT DE LA TECHNIQUE DONT LA PERTINENCE DEPEND
DE LA VALIDITE DES PRIORITES**

NEANT