



(12)发明专利

(10)授权公告号 CN 103994775 B

(45)授权公告日 2017.01.04

(21)申请号 201410145102.2  
 (22)申请日 2014.04.11  
 (65)同一申请的已公布的文献号  
 申请公布号 CN 103994775 A  
 (43)申请公布日 2014.08.20  
 (73)专利权人 湖北航天技术研究院总体设计所  
 地址 430040 湖北省武汉市东西湖区金山大道9号  
 (72)发明人 穆杰 刘明 周海 罗伟  
 (74)专利代理机构 武汉开元知识产权代理有限公司 42104  
 代理人 王和平 陈懿  
 (51)Int.Cl.  
 G01C 25/00(2006.01)  
 (56)对比文件  
 US 2003/0084704 A1,2003.05.08,  
 WO 2006/113391 A2,2006.10.26,  
 WO 2007/111978 A2,2007.10.04,

CN 101059384 A,2007.10.24,  
 CN 102692239 A,2012.09.26,  
 CN 103575296 A,2014.02.12,  
 CN 103323625 A,2013.09.25,  
 CN 102564452 A,2012.07.11,  
 李杰等.MEMS微惯性测量组合标定技术研究.《传感技术学报》.2008,第21卷(第7期),1169-1173.  
 周章华等.用低精度双轴转台对捷联惯导进行系统级标定的方法.《中国惯性技术学报》.2010,第18卷(第4期),503-507.  
 Ningfang Song等.Analysis and calibration of the mounting errors between inertial measurement unit and turntable in dual-axis rotational inertial navigation system.《MEASUREMENT SCIENCE AND TECHNOLOGY》.2013,1-10. (续)

审查员 陈丹华

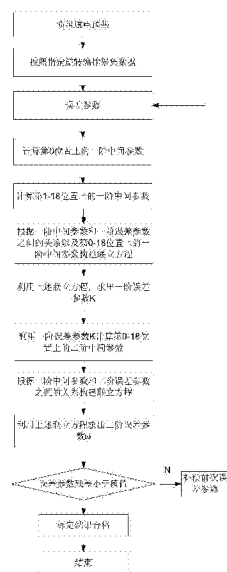
权利要求书6页 说明书19页 附图1页

(54)发明名称  
 一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法

定方法可以大幅降低标定对转台精度的依赖性，具有很好的工程实用性。

(57)摘要

本发明公开了适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,属于惯性技术领域。该标定方法使用低精度有方位基准双轴转位设备,标定旋转共19个位置,然后以各个位置上的速度误差和天向姿态误差拟合出一阶中间参数  $\Delta_g$  和二阶中间参数  $\omega_{ij}^*$ ,最后依据中间参数与误差参数的关系,由最小二乘法得到各个器件误差参数,为了有效消除由转台引起的定位误差,将前一次迭代计算得到的误差参数和原有的惯性测量单元输出数据代入到导航方程中,再进行一次观测量、中间参数和误差参数残差的解算,然后对误差参数进行残差补偿。依此类推,直至迭代计算得到的误差参数残差小于阈值。该标



CN 103994775 B

[接上页]

(56)对比文件

田晓春等.一种微惯性测量单元标定补偿方法.《传感技术学报》.2012,第25卷(第10期),1411-1415.

An Li等.Improved precision of strapdown inertial navigation system brought by dual-axis continuous rotation of inertial measurement unit.《2010 2nd

International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics》.2010,284 - 287.

孙伟等.双轴旋转光纤捷联惯导八位置标定方法.《控制与决策》.2012,第27卷(第12期),1805-1809,1815.

孙宏伟等.一种基于MEMS的微惯性测量单元标定补偿方法.《北京航空航天大学学报》.2008,第34卷(第4期),439-442.

1.一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在于:包含如下步骤:

步骤一:将惯性测量单元安装在双轴转位设备上,惯性测量单元初始位置朝向为北-天-东,惯性测量单元通电预热后开始采集输出的原始数据,惯性测量单元先在第0个位置上静止3-5分钟,再转动到第1个位置静止3-5分钟,随后转动到第2个位置,依此类推,直至在第18个位置上静止3-5分钟后停止采集惯性测量单元输出的原始数据;

步骤二:利用步骤一采集的惯性测量单元数据,在第0位置上利用重力加速度和加速度计输出数据确定出惯性测量单元的水平姿态,并将第0位置上惯性测量单元的导航起始时刻的天向转角 $\theta_0^{n(0)}$ 直接设为0,进而得到首位置的初始对准结果 $\mathbf{C}_{b(0)}^n$ ,具体计算公式如下:

$$\mathbf{C}_{b(0)}^n = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

其中,

$$c_{21} = f_x^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$c_{22} = f_y^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$c_{23} = f_z^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$c_{11} = \cos(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$c_{31} = -\sin(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$c_{12} = (c_{31}c_{23} - c_{21}c_{22}c_{11}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$c_{13} = -(c_{31}c_{22} + c_{11}c_{21}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$c_{32} = -(c_{11}c_{23} + c_{21}c_{22}c_{31}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$c_{33} = (c_{11}c_{22} + c_{21}c_{31}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

式中, $f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为加速度计测得的比力 $f^b$ 在载体坐标系x轴、y轴和z轴上的投影;

然后利用对准结果和第0位置上的采集数据进行导航解算,进而得到第0位置上导航过程中的实时速度 $v_x^{n(0)}$ 、 $v_y^{n(0)}$ 、 $v_z^{n(0)}$ 以及实时天向转角 $\theta^{n(0)}$ ,设第0位置上导航起始时刻的速度 $v_{x0}^{n(0)}$ 、 $v_{y0}^{n(0)}$ 、 $v_{z0}^{n(0)}$ 均为0,以速度和天向转角为观测结果拟合出第0位置上的二阶误差参数 $\boldsymbol{\omega}_v^{(0)}$ 和一阶中间参数 $\boldsymbol{\Delta}_g^{(0)}$ ,所述 $\boldsymbol{\omega}_v^{(0)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ ,所述 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\boldsymbol{\omega}_v^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量,所述 $\boldsymbol{\Delta}_g^{(0)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ ,所述 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\boldsymbol{\Delta}_g^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量;

步骤三:根据步骤一采集的第i个位置上的惯性测量单元原始数据,所述 $i = 1, 2, \dots, 18$ ,利用重力加速度和加速度计输出确定出惯性测量单元在第i位置上的水平姿态,而第i位置上惯性测量单元的天向转角 $\theta^{n(i)}$ 由第i-1位置上的天向转角 $\theta^{n(i-1)}$ 及第i-1位置到第i

个位置转动过程中的陀螺输出确定,利用以上各位置的对准结果以及由步骤二得到的第0位置的对准结果,在第*i*-1个位置到第*i*个位置的转动过程中以及第*i*个位置上的静止过程中进行连续导航,通过导航获取转动到达第*i*个位置瞬间的速度 $v_{x0}^{n(i)}$ 、 $v_{y0}^{n(i)}$ 、 $v_{z0}^{n(i)}$ 、天向转角 $\theta_0^{n(i)}$ 以及转动完成后在第*i*个位置静止过程中的速度 $v_x^{n(i)}$ 、 $v_y^{n(i)}$ 、 $v_z^{n(i)}$ 和天向转角 $\theta^{n(i)}$ ,

$$\begin{aligned}v_x^{n(i)} &= v_{x0}^{n(i)} + \Delta_{gx}gT + \omega_{vx}\frac{gT^2}{2} \\v_y^{n(i)} &= v_{y0}^{n(i)} + \Delta_{gy}gT \\v_z^{n(i)} &= v_{z0}^{n(i)} + \Delta_{gz}gT + \omega_{vz}\frac{gT^2}{2} \\ \theta^{n(i)} &= \theta_0^{n(i)} + \omega_{vy}T\end{aligned}$$

式中: $g$ 是重力加速度, $T$ 是实时时间,

$\omega_{vx}$ 、 $\omega_{vy}$ 和 $\omega_{vz}$ 分别为系数 $\omega_v$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上的分量,

以速度和天向转角为观测,拟合出第*i*位置上的 $\omega_v^{(i)}$ 和一阶中间参数 $\Delta_g^{(i)}$ ,其中, $i=1, 2, \dots, 18$ ,所述 $\omega_v^{(i)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ , $\Delta_g^{(i)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ ,所述 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\omega_v^{(i)}$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上投影的标量,所述 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\Delta_g^{(i)}$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上投影的标量;

步骤四:在惯性测量单元坐标系内,加速度计的误差模型为:

$$\begin{bmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{axx} & 0 & 0 \\ K_{ayx} & K_{ayy} & 0 \\ K_{azx} & K_{azy} & K_{azz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ay2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{az2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^2 \\ f_y^2 \\ f_z^2 \end{bmatrix}$$

上述误差模型的向量形式为:

$$\delta \mathbf{f}^b = \mathbf{B}_a^b + \mathbf{K}_a \mathbf{f}^b + \mathbf{K}_{a2} (\mathbf{f}^b)^2$$

其中,

$\mathbf{f}^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力,

$f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为 $\mathbf{f}^b$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上的投影,

$\mathbf{B}_a^b$ 为载体坐标系下的加速度计零偏,

$\mathbf{K}_a$ 包括加速度计标度因数误差和加速度计失准角,

$\mathbf{K}_{a2}$ 为加速度计二次项系数,

$\delta \mathbf{f}^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力误差;

陀螺的误差模型为:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{gx} \\ B_{gy} \\ B_{gz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gxx} & K_{gyx} & K_{gzx} \\ K_{gxy} & K_{gyy} & K_{gyz} \\ K_{gzx} & K_{gzy} & K_{gzz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

上述误差模型的向量形式为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}^b = \boldsymbol{\omega}_0^b + \mathbf{K}_g \boldsymbol{\omega}^b$$

其中，

$\boldsymbol{\omega}^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度，

$\boldsymbol{\omega}_0^b$ 为载体坐标系下陀螺零偏，

$\mathbf{K}_g$ 包括陀螺标度因数误差和陀螺失准角，

$\boldsymbol{\varepsilon}^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度误差；

然后将加速度计零偏 $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ ，加速度计标度因数 $K_{axx}$ 、 $K_{ayy}$ 、 $K_{azz}$ ，加速度计失准角 $K_{ayx}$ 、 $K_{azx}$ 、 $K_{azy}$ ，加速度计二次项系数 $K_{ax2}$ 、 $K_{ay2}$ 、 $K_{az2}$ ，陀螺正向标度因数 $K_{gxx}^+$ 、 $K_{gyy}^+$ 、 $K_{gzz}^+$ ，陀螺负向标度因数 $K_{gxx}^-$ 、 $K_{gyy}^-$ 、 $K_{gzz}^-$ ，陀螺失准角 $K_{gxy}$ 、 $K_{gxz}$ 、 $K_{gyx}$ 、 $K_{gyz}$ 、 $K_{gzx}$ 、 $K_{gzy}$ 共计24个误差参数记为一阶误差参数 $\mathbf{K}$ ，其中， $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ 分别为加速度计零偏 $B_a$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量；

在每个位置上，依据 $\Delta_g$ 与一阶误差参数 $\mathbf{K}$ 的关系，利用步骤二得到的 $\Delta_g^{(0)}$ 和用步骤三中的 $\Delta_g^{(i+1)}$ ，其中， $\Delta_g^{(i+1)}$ 中 $i=0,1,2\cdots 17$ ，均可得到一个方程 $\Delta_g^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{K}$ ，将以上方程联立得到如下方程组：

$$\Delta_g = \begin{bmatrix} \Delta_g^{(0)} \\ \Delta_g^{(1)} \\ \Delta_g^{(2)} \\ \vdots \\ \Delta_g^{(18)} \end{bmatrix}_{57 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(0)} \\ \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{A}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(18)} \end{bmatrix} \mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

最终构建如下方程：

$$\Delta_g = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

然后利用 $\mathbf{A}$ 的最小二乘逆矩阵 $\mathbf{A}_l^{-1}$ ，通过 $\mathbf{K} = \mathbf{A}_l^{-1} \Delta_g$ 计算出一阶误差参数 $\mathbf{K}$ ；

步骤五：利用步骤四计算出的 $\mathbf{K}$ 求解每个静止位置 $i$ 对应的补偿分量 $\boldsymbol{\omega}_v^{0(i)}$ ，其中 $i=0,1,2\cdots 18$ ，计算方法如下：

$$\boldsymbol{\omega}_v^0 = \begin{bmatrix} \Omega \sin(L) \boldsymbol{\gamma}_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \cos(L) \boldsymbol{\beta}_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \sin(L) \boldsymbol{\beta}_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \end{bmatrix}_{3 \times 19}$$

其中：

$\omega_v^0$ 为系数  $\omega_v$ 为降低与误差参数耦合度而需剔除的系数,  $\omega_v$ 为步骤三中的系数,

$\omega_v^{0(i)}$ 为上式中 $\omega_v^0$ 矩阵的第*i*列,其中,  $i=1 \cdots 19$ ,

L为纬度,

$\Omega$ 为地球自转角速率,

K为一阶误差参数,

$\gamma_{coef_{19 \times 24}}$ 和 $\beta_{coef_{19 \times 24}}$ 分别为常数矩阵;

接着通过步骤二中的 $\omega_v^{(0)}$ 及步骤三中的 $\omega_v^{(i)}$ 计算出每个静止位置上的二阶中间参数

$\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$ ,其中,步骤三中的 $\omega_v^{(i)}$ 中  $i=1, 2 \cdots 18$ ,二阶中间参数求值公式

$\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$ 中  $i=0, 1, 2 \cdots 18$ ;

步骤六:将各二阶误差参数:陀螺零偏 $B_{gx}$ 、 $B_{gy}$ 、 $B_{gz}$ 及首个位置上的北向方位角误差 $\delta\theta_0^{n(0)}$ 记为列向量 $\omega$ ,依据二阶中间参数 $\omega_v^{*}$ 和二阶误差参数 $\omega$ 之间的关系,利用步骤五中

$\omega_v^{*(i)}$ 构建方程 $\omega_v^{*(i)} = \mathbf{B}^{(i)} \omega$ ,其中  $i=0, 1, 2 \cdots 18$ ,

将以上方程联立得到如下方程:

$$\omega_v^* = \begin{bmatrix} \omega_v^{*(0)} \\ \omega_v^{*(1)} \\ \omega_v^{*(2)} \\ \vdots \\ \omega_v^{*(18)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{(0)} \\ \mathbf{B}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(18)} \end{bmatrix} \omega = \mathbf{B} \omega$$

然后利用B的最小二乘逆矩阵 $\mathbf{B}_l^{-1}$ ,通过 $\omega = \mathbf{B}_l^{-1} \omega_v^*$ 计算出二阶误差参数 $\omega$ ;

步骤七:当一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 的残差大于阈值时,用一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差补偿前次标定的误差参数,然后将得到的一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 以及步骤一中采集的惯性测量单元输出数据代入到导航方程中,再进行一次一阶中间参数 $\Delta_g$ 、二阶中间参数 $\omega_v^*$ 、一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差的解算,然后对一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 进行残差补偿,依此类推,经过多次迭代直至某一次迭代计算得到的一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差小于阈值。

2. 根据权利要求1所述的适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在于:在步骤一中,标定旋转顺序如下表所示:

标定旋转顺序

旋转序号	旋转过程
0	+90Z
1	+90Z
2	+90Z
3	-90Z
4	-90Z
5	-90Z
6	+90X
7	+90Y
8	+90Y
9	+90Y
10	-90Y
11	-90Y
12	-90Y
13	+90X
14	+90X
15	-90X
16	-90X
17	-90X
18	

3. 根据权利要求1或2所述的适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在於:惯性测量单元坐标系是:X轴与X加速度计输入轴方向相同,Y轴位于X加速度计和Y加速度计输入轴构成的平面内,接近Y加速度计输入轴方向,Z轴方向由右手定则确定。

4. 根据权利要求1或2所述的适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在於:在步骤三中,由第 $i-1$ 位置上的天向转角 $\theta^{n(i-1)}$ 及第 $i-1$ 位置到第 $i$ 位置转动过程中的陀螺输出通过四阶定时增量算法确定第 $i$ 位置上惯性测量单元的天向转角 $\theta^{n(i)}$ 。

5. 根据权利要求1或2所述的适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在于:在步骤一中,所述的惯性测量单元通电预热时间为30分钟,原始数据的采样周期为0.01s。

6. 根据权利要求1或2所述的适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,其特征在于:在步骤一中,停止采集惯性测量单元输出的原始数据后关闭惯性测量单元。



## 一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元 标定方法

### 技术领域

[0001] 本发明属于航空航天捷联惯性导航技术中的惯性测量组合测试技术领域,具体涉及一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法。

### 背景技术

[0002] 捷联惯性导航系统具有反应时间短、可靠性高、体积小、重量轻等优点,广泛应用于飞机、舰船、导弹等军用和民用导航领域,具有重要的国防意义和巨大的经济效益。

[0003] 惯性测量组合是捷联惯性导航系统的核心部件,主要由3个加速度计和3个陀螺组成。

[0004] 标定技术是惯性导航领域的核心技术之一,是一种对误差的辨识技术,即建立惯性器件和惯导系统的误差模型,通过一系列的试验求解出误差模型中的误差项,进而通过软件算法对误差进行补偿。惯性测量组合的标定结果好坏直接影响捷联惯性导航系统的精度。

[0005] 惯性测量组合标定方法按层次可分为分立式标定和系统级标定两种。当前分立式标定方法的研究已经非常成熟,而系统级标定方法是由20世纪80年代发展起来的,目前正成为标定技术研究的热点。

[0006] 分立标定方法是根据陀螺和加速度计的误差模型,利用三轴转台提供的精确速率、姿态和位置,采集惯性测量组合的输出,然后利用最小二乘法辨识误差模型系数。然而分立式标定过分依赖转台的精度,当转台精度不高时,标定结果不理想。

[0007] 系统级标定是建立捷联惯导系统导航输出误差与惯性器件误差参数之间的关系,充分考虑惯性器件误差系数的可辨识性,合理安排实验位置,进而辨识出惯性器件的各项误差系数。该方法可以大幅减小甚至克服标定对转台精度的依赖,适合现场标定使用。

[0008] 早在上世纪80-90年代,国外的系统级标定方法就已经在工程中得到了推广应用。国内的相关研究起步较晚,近年随着捷联惯导技术的成熟度不断提高,国内也出现了很多介绍系统级标定的文献和资料,但大多数停留在理论研究和仿真验证的阶段。在公开的文献和资料中,国内一般采用低精度的三轴或双轴转台,在引北的条件下在实验室内进行系统级标定,缺乏工程实用性。

### 发明内容

[0009] 本发明提供一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,与国内外其他系统级标定方法相比,该标定方法适用于低精度有方位基准双轴转位设备,可以大幅降低标定对转台精度的依赖性,具有很好的工程实用性。

[0010] 本发明适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,包含如下步骤:

[0011] 步骤一:将惯性测量单元安装在双轴转位设备上,惯性测量单元初始位置朝向为

北-天-东(N-U-E, North-Up-East), 惯性测量单元通电预热后开始采集输出的原始数据, 惯性测量单元先在第0个位置上静止3-5分钟, 再转动到第1个位置静止3-5分钟, 随后转动到第2个位置, 依此类推, 直至在第18个位置上静止3-5分钟后停止采集惯性测量单元输出的原始数据;

[0012] 步骤二: 利用步骤一采集的惯性测量单元数据, 在第0位置上利用重力加速度和加速度计输出数据确定出惯性测量单元的水平姿态, 并将第0位置上惯性测量单元的导航起始时刻的天向转角 $\theta_0^{n(0)}$ 直接设为0, 进而得到首位置的初始对准结果 $C_{b(0)}^n$ , 具体计算公式如下:

$$[0013] \quad C_{b(0)}^n = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

[0014] 其中,

$$[0015] \quad c_{21} = f_x^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0016] \quad c_{22} = f_y^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0017] \quad c_{23} = f_z^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0018] \quad c_{11} = \cos(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$[0019] \quad c_{31} = -\sin(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$[0020] \quad c_{12} = (c_{31}c_{23} - c_{21}c_{22}c_{11}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0021] \quad c_{13} = -(c_{31}c_{22} + c_{11}c_{21}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0022] \quad c_{32} = -(c_{11}c_{23} + c_{21}c_{22}c_{31}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0023] \quad c_{33} = (c_{11}c_{22} + c_{21}c_{31}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

[0024] 式中,  $f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为加速度计测得的比力 $f^b$ 在载体坐标系x轴、y轴和z轴上的投影;

[0025] 然后利用对准结果和第0位置上的采集数据进行导航解算, 进而得到第0位置上导航过程中的实时速度 $v_x^{n(0)}$ 、 $v_y^{n(0)}$ 、 $v_z^{n(0)}$ 以及实时天向转角 $\theta^{n(0)}$ , 设第0位置上导航起始时刻的速度 $v_{x0}^{n(0)}$ 、 $v_{y0}^{n(0)}$ 、 $v_{z0}^{n(0)}$ 均为0, 以速度和天向转角为观测结果拟合出第0位置上的 $\omega_v^{(0)}$ 和一阶中间参数 $\Delta_g^{(0)}$ , 所述 $\omega_v^{(0)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ , 所述 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\omega_v^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量, 所述 $\Delta_g^{(0)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ , 所述 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\Delta_g^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量;

[0026] 步骤三: 根据步骤一采集的第i个位置上的惯性测量单元原始数据, 所述 $i=1, 2, \dots, 18$ , 利用重力加速度和加速度计输出确定出惯性测量单元在第i位置上的水平姿态,

而第*i*位置上惯性测量单元的天向转角 $\theta^{n(i)}$ 由第*i*-1位置上的天向转角 $\theta^{n(i-1)}$ 及第*i*-1位置到第*i*个位置转动过程中的陀螺输出确定,利用以上各位置的对准结果以及由步骤二得到的第0位置的对准结果,在第*i*-1个位置到第*i*个位置的转动过程中以及第*i*个位置上的静止过程中进行连续导航,通过导航获取转动到达第*i*个位置瞬间的速度 $v_{x0}^{n(i)}$ 、 $v_{y0}^{n(i)}$ 、 $v_{z0}^{n(i)}$ 、天向转角 $\theta_0^{n(i)}$ 以及转动完成后在第*i*个位置静止过程中的速度 $v_x^{n(i)}$ 、 $v_y^{n(i)}$ 、 $v_z^{n(i)}$ 和天向转角 $\theta^{n(i)}$ ,

$$[0027] \quad v_x^{n(i)} = v_{x0}^{n(i)} + \Delta_{gx}gT + \omega_{vx} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0028] \quad v_y^{n(i)} = v_{y0}^{n(i)} + \Delta_{gy}gT$$

$$[0029] \quad v_z^{n(i)} = v_{z0}^{n(i)} + \Delta_{gz}gT + \omega_{vz} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0030] \quad \theta^{n(i)} = \theta_0^{n(i)} + \omega_{vy}T$$

[0031] 式中:g是重力加速度,T是实时时间,

[0032]  $\omega_{vx}$ 、 $\omega_{vy}$ 和 $\omega_{vz}$ 分别为系数 $\omega_v$ 在x轴、y轴和z轴上的分量,

[0033] 以速度和天向转角为观测,拟合出第*i*位置上的 $\omega_v^{(i)}$ 和一阶中间参数 $\Delta_g^{(i)}$ ,其中, $i=1,2,\dots,18$ ,所述 $\omega_v^{(i)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ , $\Delta_g^{(i)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ ,所述 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\omega_v^{(i)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量,所述 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\Delta_g^{(i)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量;

[0034] 步骤四:在惯性测量单元坐标系内,加速度计的误差模型为:

$$[0035] \quad \begin{bmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{axx} & 0 & 0 \\ K_{ayx} & K_{ayy} & 0 \\ K_{azx} & K_{azy} & K_{azz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ay2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{az2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^2 \\ f_y^2 \\ f_z^2 \end{bmatrix}$$

[0036] 上述误差模型的向量形式为:

$$[0037] \quad \delta \mathbf{f}^b = \mathbf{B}_a^b + \mathbf{K}_a \mathbf{f}^b + \mathbf{K}_{a2} (\mathbf{f}^b)^2$$

[0038] 其中,

[0039]  $\mathbf{f}^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力,

[0040]  $f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为 $\mathbf{f}^b$ 在x轴、y轴和z轴上的投影,

[0041]  $\mathbf{B}_a^b$ 为载体坐标系下的加速度计零偏,

[0042]  $\mathbf{K}_a$ 包括加速度计标度因数误差和加速度计失准角,

[0043]  $\mathbf{K}_{a2}$ 为加速度计二次项系数,

[0044]  $\delta f^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力误差;

[0045] 陀螺的误差模型为:

$$[0046] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{gx} \\ B_{gy} \\ B_{gz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gxx} & K_{gxy} & K_{gxz} \\ K_{gyx} & K_{gyy} & K_{gyz} \\ K_{gzx} & K_{gzy} & K_{gzz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

[0047] 上述误差模型的向量形式为:

$$[0048] \boldsymbol{\varepsilon}^b = \boldsymbol{\omega}_0^b + \mathbf{K}_g \boldsymbol{\omega}^b$$

[0049] 其中,

[0050]  $\boldsymbol{\omega}^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度,

[0051]  $\boldsymbol{\omega}_0^b$ 为载体坐标系下陀螺零偏,

[0052]  $\mathbf{K}_g$ 包括陀螺标度因数误差和陀螺失准角,

[0053]  $\varepsilon^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度误差;

[0054] 然后将加速度计零偏 $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ ,加速度计标度因数 $K_{axx}$ 、 $K_{ayy}$ 、 $K_{azz}$ ,加速度计失准角 $K_{ayx}$ 、 $K_{azx}$ 、 $K_{azy}$ ,加速度计二次项系数 $K_{ax2}$ 、 $K_{ay2}$ 、 $K_{az2}$ ,陀螺正向标度因数 $K_{gxx}^+$ 、 $K_{gyy}^+$ 、 $K_{gzz}^+$ ,陀螺负向标度因数 $K_{gxx}^-$ 、 $K_{gyy}^-$ 、 $K_{gzz}^-$ ,陀螺失准角 $K_{gxy}$ 、 $K_{gxz}$ 、 $K_{gyx}$ 、 $K_{gyz}$ 、 $K_{gzx}$ 、 $K_{gzy}$ 共计24个误差参数记为一阶误差参数 $\mathbf{K}$ ,其中, $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ 分别为加速度计零偏 $B_a$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量;

[0055] 在每个位置上,依据 $\Delta_g$ 与一阶误差参数 $\mathbf{K}$ 的关系,利用步骤二得到的 $\Delta_g^{(0)}$ 和用步骤三中的 $\Delta_g^{(i+1)}$ ,其中, $\Delta_g^{(i)}$ 中 $i=0,1,2\cdots 17$ ,均可得到一个方程 $\Delta_g^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{K}$ ,将以上方程联立得到如下方程组:

$$[0056] \Delta_g = \begin{bmatrix} \Delta_g^{(0)} \\ \Delta_g^{(1)} \\ \Delta_g^{(2)} \\ \vdots \\ \Delta_g^{(18)} \end{bmatrix}_{57 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(0)} \\ \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{A}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(18)} \end{bmatrix} \mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

[0057] 最终构建如下方程:

$$[0058] \Delta_g = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

[0059] 然后利用 $\mathbf{A}$ 的最小二乘逆矩阵 $\mathbf{A}_l^{-1}$ ,通过 $\mathbf{K} = \mathbf{A}_l^{-1} \Delta_g$ 计算出一阶误差参数 $\mathbf{K}$ ;

[0060] 步骤五:利用步骤四计算出的 $\mathbf{K}$ 求解每个静止位置 $i$ 对应的补偿分量 $\omega_v^{0(i)}$ ,其中 $i=0,1,2\cdots 18$ ,计算方法如下:

$$[0061] \quad \omega_v^0 = \begin{bmatrix} \Omega \sin(L) \gamma_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \cos(L) \beta_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \sin(L) \beta_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \end{bmatrix}_{3 \times 19}$$

[0062] 其中：

[0063]  $\omega_v^0$  为系数  $\omega_v$  为降低与误差参数耦合度而需剔除的系数， $\omega_v$  为步骤三中的系数，

[0064]  $\omega_v^{0(i)}$  为上式中  $\omega_v^0$  矩阵的第  $i$  列，其中， $i=1 \cdots 19$ ，

[0065]  $L$  为纬度，

[0066]  $\Omega$  为地球自转角速率，

[0067]  $K$  为一阶误差参数，

[0068]  $\gamma_{coef_{19 \times 24}}$  和  $\beta_{coef_{19 \times 24}}$  分别为常数矩阵；

[0069] 接着通过步骤二中的  $\omega_v^{(0)}$  及步骤三中的  $\omega_v^{(i)}$  计算出每个静止位置上的二阶中间参数  $\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$ ，其中，步骤三中的  $\omega_v^{(i)}$  中  $i=1, 2 \cdots 18$ ，二阶中间参数求值公式  $\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$  中  $i=0, 1, 2 \cdots 18$ ；

[0070] 步骤六：将各二阶误差参数：陀螺零偏  $B_{gx}$ 、 $B_{gy}$ 、 $B_{gz}$  及首个位置上的北向方位角误差  $\delta\theta_0^{n(0)}$  记为列向量  $\omega$ ，依据二阶中间参数  $\omega_v^*$  和二阶误差参数  $\omega$  之间的关系，利用步骤五中  $\omega_v^{*(i)}$  构建方程  $\omega_v^{*(i)} = \mathbf{B}^{(i)} \omega$ ，其中  $i=0, 1, 2 \cdots 18$ ，

[0071] 将以上方程联立得到如下方程：

$$[0072] \quad \omega_v^* = \begin{bmatrix} \omega_v^{*(0)} \\ \omega_v^{*(1)} \\ \omega_v^{*(2)} \\ \vdots \\ \omega_v^{*(18)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{(0)} \\ \mathbf{B}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(18)} \end{bmatrix} \omega = \mathbf{B} \omega$$

[0073] 然后利用  $B$  的最小二乘逆矩阵  $\mathbf{B}_l^{-1}$ ，通过  $\omega = \mathbf{B}_l^{-1} \omega_v^*$  计算出二阶误差参数  $\omega$ ；

[0074] 步骤七：当一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  的残差大于阈值时，用一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  残差补偿前次标定的误差参数。然后将得到的一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  以及步骤一中采集的惯性测量单元输出数据代入到导航方程中，再进行一次一阶中间参数  $\Delta_g$ 、二阶中间参数  $\omega_v^*$ 、一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  残差的解算，然后对一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  进行残差补偿。依此类推，经过多次迭代直至某一次迭代计算得到的一阶误差参数  $K$  和二阶误差参数  $\omega$  残差小于阈值。

[0075] 在上述技术方案中,在步骤一中,标定旋转顺序如下表所示:

[0076] 标定旋转顺序

[0077]

旋转序号	旋转过程
0	+90Z

[0078]

1	+90Z
2	+90Z
3	-90Z
4	-90Z
5	-90Z
6	+90X
7	+90Y
8	+90Y
9	+90Y
10	-90Y
11	-90Y
12	-90Y
13	+90X
14	+90X
15	-90X
16	-90X
17	-90X
18	

[0079] 在上述技术方案中,惯性测量单元坐标系是:X轴与X加速度计输入轴方向相同,Y轴位于X加速度计和Y加速度计输入轴构成的平面内,接近Y加速度计输入轴方向,Z轴方向由右手定则确定。

[0080] 在上述技术方案中,在步骤三中,由第 $i-1$ 位置上的天向转角 $\theta^{n(i-1)}$ 及第 $i-1$ 位置到第 $i$ 个位置转动过程中的陀螺输出通过四阶定时增量算法确定第 $i$ 位置上惯性测量单元的天向转角 $\theta^{n(i)}$ 。

[0081] 在上述技术方案中,在步骤一中,所述的惯性测量单元通电预热时间为30分钟,原始数据的采样周期为0.01s。

[0082] 在上述技术方案中,在步骤一中,停止采集惯性测量单元输出的原始数据后关闭惯性测量单元。

[0083] 本方法原理描述如下:

[0084] 标定方法利用采集的原始数据,在第 $i$ ( $i=0,1,2,\dots,17$ )位置上进行初始对准,然后在第 $i$ 个位置到第 $i+1$ 个位置的转动过程中以及第 $i+1$ 个位置上的静止过程中进行连续导航。在每个静止位置上,天向的速度误差和姿态误差呈线性增长,水平方向的速度误差呈二次曲线增长。又在静止位置上,真实的速度和绕天向的转角为0,因此导航计算得到的速度

增量即为速度误差增量,绕天向的转角增量即为天向的姿态误差增量。由此,可以将其作为观测量,按下式对第*i*个静止位置上导航计算得到的速度和天向转角进行拟合,即:

$$[0085] \quad v_x^{n(i)} = v_{x0}^{n(i)} + \Delta_{gx}gT + \omega_{vx} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0086] \quad v_y^{n(i)} = v_{y0}^{n(i)} + \Delta_{gy}gT$$

$$[0087] \quad v_z^{n(i)} = v_{z0}^{n(i)} + \Delta_{gz}gT + \omega_{vz} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0088] \quad \theta_0^{n(i)} = \theta_0^{n(i)} + \omega_{vy}T$$

[0089] 式中:

[0090]  $v_{x0}^{n(i)}$ 、 $v_{y0}^{n(i)}$ 、 $v_{z0}^{n(i)}$ 为到达静止位置瞬间的速度(带圆括号的上标*i*表示第*i*个位置,下同);

[0091]  $\theta_0^{n(i)}$ 为到达静止位置瞬间的天向转角。

[0092] 上式中的各个系数与误差参数相关,将 $\Delta_g$ (包含 $\Delta_{gx}$ 、 $\Delta_{gy}$ 、 $\Delta_{gz}$ )等系数称为一阶中间参数,它们与加速度计误差参数、陀螺的标度因数误差和失准角相关,加速度计误差参数、陀螺的标度因数误差和失准角又称为一阶误差参数。为降低系数 $\omega_v$ (包含 $\omega_{vx}$ 、 $\omega_{vy}$ 、 $\omega_{vz}$ )与误差参数的耦合度,将其分解为 $\omega_v^*$ 和 $\omega_v^0$ 两个分量,称 $\omega_v^*$ 为二阶中间参数,它与陀螺的零偏误差相关,称后者为二阶误差参数。

[0093] 具体来说,以各个位置上的速度误差和天向姿态误差拟合出一阶中间参数构成的列向量 $\Delta_g$ 以及二阶中间参数构成的列向量 $\omega_v^*$ 。然后依据中间参数与误差参数的关系,由最小二乘法计算出各个器件误差参数。设各一阶误差参数构成列向量 $K$ ,各二阶误差参数构成列向量 $\omega$ 。可以用矩阵形式将其关系表示为:

$$[0094] \quad \Delta_g = AK$$

$$[0095] \quad \omega_v^* = B\omega$$

[0096] 为了有效消除由转台引起的定位误差,可将计算得到的误差参数 $K$ 、 $\omega$ 以及采集的惯性测量单元原始数据代入到导航方程中,再进行一次观测量、中间参数和误差参数残差的解算,然后对误差参数进行残差补偿。依此类推,经过多次迭代直至某一次迭代计算得到的误差参数残差小于一定的阈值为止。

[0097] 本发明适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法的有益效果在于:

[0098] (1)由于该标定方法的标定旋转编排了19个位置,适用于低精度双轴转位设备,不需要高精度三轴或双轴转台,降低了标定成本。

[0099] (2)该标定方法采用迭代算法,采集的惯测组合原始数据可以重复利用,不仅减少了标定时间,还大幅降低了标定对转台精度的依赖性。

## 附图说明

[0100] 图1为本发明适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法的流程图。

## 具体实施方式

[0101] 下面结合附图和实施例对本发明作进一步详细说明。

[0102] 本发明提供一种适用于低精度有方位基准双轴转位设备的惯性测量单元标定方法,具体标定步骤如下:

[0103] 步骤一:将惯性测量单元安装在双轴转位设备上,惯性测量单元初始位置朝向为北-天-东,惯性测量单元通电预热30分钟后开始采集输出的原始数据,标定位置编排如表1所示:惯性测量单元先在第0个位置上静止3-5分钟后,再转动到第1个位置静止3-5分钟,随后转动到第2个位置,依此类推,直至在第18个位置上静止3-5分钟后停止采集惯性测量单元输出的原始数据并关闭惯性测量单元,原始数据的采样周期为0.01s。

[0104] 表1标定旋转顺序

[0105]

旋转序号	旋转过程
0	+90Z
1	+90Z
2	+90Z
3	-90Z
4	-90Z
5	-90Z
6	+90X
7	+90Y
8	+90Y
9	+90Y
10	-90Y
11	-90Y
12	-90Y
13	+90X
14	+90X
15	-90X
16	-90X

[0106]

17	-90X
18	

[0107] 步骤二:利用步骤一采集的惯性测量单元数据,在第0位置上利用重力加速度和加速度计输出数据确定出惯性测量单元的水平姿态,并将第0位置上惯性测量单元的导航起



始时刻的天向转角 $\theta_0^{n(0)}$ 直接设为0,进而得到首位置的初始对准结果 $C_{b(0)}^n$ ,具体计算公式如下:

$$[0108] \quad C_{b(0)}^n = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

[0109] 其中,

$$[0110] \quad c_{21} = f_x^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0111] \quad c_{22} = f_y^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0112] \quad c_{23} = f_z^b / \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2},$$

$$[0113] \quad c_{11} = \cos(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$[0114] \quad c_{31} = -\sin(\theta_0^{n(0)}) \sqrt{1 - c_{21}^2},$$

$$[0115] \quad c_{12} = (c_{31}c_{23} - c_{21}c_{22}c_{11}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0116] \quad c_{13} = -(c_{31}c_{22} + c_{11}c_{21}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0117] \quad c_{32} = -(c_{11}c_{23} + c_{21}c_{22}c_{31}) / (1 - c_{21}^2),$$

$$[0118] \quad c_{33} = (c_{11}c_{22} + c_{21}c_{31}c_{23}) / (1 - c_{21}^2),$$

[0119] 式中, $f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为加速度计测得的比力 $f^b$ 在载体坐标系x轴、y轴和z轴上的投影;

[0120] 然后利用上述对准结果和第0位置上的采集数据进行导航解算,进而得到第0位置上导航过程中的实时速度 $v_x^{n(0)}$ 、 $v_y^{n(0)}$ 、 $v_z^{n(0)}$ 以及实时天向转角 $\theta^{n(0)}$ ,设第0位置上导航起始时刻的速度 $v_{x0}^{n(0)}$ 、 $v_{y0}^{n(0)}$ 、 $v_{z0}^{n(0)}$ 均为0,以速度和天向转角为观测结果拟合出第0位置上的 $\omega_v^{(0)}$ 和一阶中间参数 $\Delta_g^{(0)}$ ,所述 $\omega_v^{(0)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ ,所述 $\omega_{vx}^{(0)}$ 、 $\omega_{vy}^{(0)}$ 和 $\omega_{vz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\omega_v^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量,所述 $\Delta_g^{(0)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ ,所述 $\Delta_{gx}^{(0)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(0)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(0)}$ 分别为第0位置上的参数 $\Delta_g^{(0)}$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量。

[0121] 步骤三:根据步骤一采集的第*i*( $i=1,2,\dots,18$ )个位置上的惯性测量单元原始数据,利用重力加速度和加速度计输出确定出惯性测量单元在第*i*位置上的水平姿态,而第*i*位置上惯性测量单元的天向转角 $\theta^{n(i)}$ 由第*i-1*位置上的天向转角 $\theta^{n(i-1)}$ 及第*i-1*位置到第*i*个位置转动过程中的陀螺输出确定(采用四阶定时增量算法);

[0122] 利用以上各位置的对准结果(第0位置的对准结果直接由步骤二得到),在第*i-1*个位置到第*i*个位置的转动过程中以及第*i*个位置上的静止过程中进行连续导航,通过导航获

取转动到达第*i*个位置瞬间的速度 $v_{x0}^{n(i)}$ 、 $v_{y0}^{n(i)}$ 、 $v_{z0}^{n(i)}$ 、天向转角 $\theta_0^{n(i)}$ 以及转动完成后在第*i*个位置静止过程中的速度 $v_x^{n(i)}$ 、 $v_y^{n(i)}$ 、 $v_z^{n(i)}$ 以及天向转角 $\theta^{n(i)}$ ,

$$[0123] \quad v_x^{n(i)} = v_{x0}^{n(i)} + \Delta_{gx}gT + \omega_{vx} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0124] \quad v_y^{n(i)} = v_{y0}^{n(i)} + \Delta_{gy}gT$$

$$[0125] \quad v_z^{n(i)} = v_{z0}^{n(i)} + \Delta_{gz}gT + \omega_{vz} \frac{gT^2}{2}$$

$$[0126] \quad \theta^{n(i)} = \theta_0^{n(i)} + \omega_{vy}T$$

[0127] 式中： $g$ 是重力加速度， $T$ 是实时时间，

[0128]  $\omega_{vx}$ 、 $\omega_{vy}$ 和 $\omega_{vz}$ 分别为系数 $\omega_v$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上的分量，

[0129] 以速度和天向转角为观测，拟合出第*i*位置上的 $\omega_v^{(i)}$ 和一阶中间参数 $\Delta_g^{(i)}$ ，其中， $i=1, 2, \dots, 18$ ，所述 $\omega_v^{(i)}$ 包含 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ ， $\Delta_g^{(i)}$ 包含 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ ，所述 $\omega_{vx}^{(i)}$ 、 $\omega_{vy}^{(i)}$ 和 $\omega_{vz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\omega_v^{(i)}$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上投影的标量，所述 $\Delta_{gx}^{(i)}$ 、 $\Delta_{gy}^{(i)}$ 和 $\Delta_{gz}^{(i)}$ 分别为第*i*位置上的参数 $\Delta_g^{(i)}$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上投影的标量。

[0130] 步骤四：惯性测量单元坐标系是：*X*轴与*X*加速度计输入轴方向相同，*Y*轴位于*X*加速度计和*Y*加速度计输入轴构成的平面内，接近*Y*加速度计输入轴方向，*Z*轴方向由右手定则确定；

[0131] 在此坐标系内，加速度计的误差模型为：

$$[0132] \quad \begin{bmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{axx} & 0 & 0 \\ K_{ayx} & K_{ayy} & 0 \\ K_{azx} & K_{azy} & K_{azz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ay2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{az2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^2 \\ f_y^2 \\ f_z^2 \end{bmatrix}$$

[0133] 上述误差模型的向量形式为：

$$[0134] \quad \delta \mathbf{f}^b = \mathbf{B}_a^b + \mathbf{K}_a \mathbf{f}^b + \mathbf{K}_{a2} (\mathbf{f}^b)^2$$

[0135] 其中，

[0136]  $\mathbf{f}^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力，

[0137]  $f_x^b$ 、 $f_y^b$ 和 $f_z^b$ 分别为 $\mathbf{f}^b$ 在*x*轴、*y*轴和*z*轴上的投影，

[0138]  $\mathbf{B}_a^b$ 为载体坐标系下的加速度计零偏，

[0139]  $\mathbf{K}_a$ 包括加速度计标度因数误差和加速度计失准角，

[0140]  $\mathbf{K}_{a2}$ 为加速度计二次项系数，

[0141]  $\delta \mathbf{f}^b$ 为载体坐标系下加速度计测得的比力误差；

[0142] 陀螺的误差模型为：

$$[0143] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{gx} \\ B_{gy} \\ B_{gz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gxx} & K_{gyy} & K_{gzz} \\ K_{gyx} & K_{gyy} & K_{gyz} \\ K_{gzx} & K_{gzy} & K_{gzz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

[0144] 上述误差模型的向量形式为：

$$[0145] \boldsymbol{\varepsilon}^b = \boldsymbol{\omega}_0^b + \mathbf{K}_g \boldsymbol{\omega}^b$$

[0146] 其中，

[0147]  $\boldsymbol{\omega}^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度，

[0148]  $\boldsymbol{\omega}_0^b$ 为载体坐标系下陀螺零偏，

[0149]  $\mathbf{K}_g$ 包括陀螺标度因数误差和陀螺失准角，

[0150]  $\varepsilon^b$ 为载体坐标系下陀螺测得的角速度误差；

[0151] 然后将各一阶误差参数：加速度计零偏 $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ ，加速度计标度因数 $K_{axx}$ 、 $K_{ayy}$ 、 $K_{azz}$ ，加速度计失准角 $K_{ayx}$ 、 $K_{azx}$ 、 $K_{azy}$ ，加速度计二次项系数 $K_{ax2}$ 、 $K_{ay2}$ 、 $K_{az2}$ ，陀螺正向标度因数 $K_{gxx}^+$ 、 $K_{gyy}^+$ 、 $K_{gzz}^+$ ，陀螺负向标度因数 $K_{gxx}^-$ 、 $K_{gyy}^-$ 、 $K_{gzz}^-$ ，陀螺失准角 $K_{gxy}$ 、 $K_{gxz}$ 、 $K_{gyx}$ 、 $K_{gyz}$ 、 $K_{gzx}$ 、 $K_{gzy}$ 共计24误差参数，记为列向量 $\mathbf{K}$ ，其中， $B_{ax}$ 、 $B_{ay}$ 、 $B_{az}$ 分别为加速度计零偏 $B_a$ 在x轴、y轴和z轴上投影的标量；

[0152] 在每个位置上，依据 $\Delta_g$ 与一阶误差参数 $\mathbf{K}$ 的关系，利用步骤二得到的 $\Delta_g^{(0)}$ 和用步骤三中的 $\Delta_g^{(i+1)}$ ，其中， $\Delta_g^{(i)}$ 中 $i=0,1,2\cdots 17$ ，均可得到一个方程 $\Delta_g^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{K}$ ，将以上方程联立得到如下方程组：

$$[0153] \Delta_g = \begin{bmatrix} \Delta_g^{(0)} \\ \Delta_g^{(1)} \\ \Delta_g^{(2)} \\ \vdots \\ \Delta_g^{(18)} \end{bmatrix}_{57 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(0)} \\ \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{A}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(18)} \end{bmatrix} \mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

[0154] 最终构建如下方程：

$$[0155] \Delta_g = \mathbf{A} \mathbf{K}$$

[0156] 然后利用 $\mathbf{A}$ 的最小二乘逆矩阵 $\mathbf{A}_l^{-1}$ ，通过式 $\mathbf{K} = \mathbf{A}_l^{-1} \Delta_g$ 计算出一阶误差参数 $\mathbf{K}$ ，其中，最小二乘逆矩阵 $\mathbf{A}_l^{-1}$ 中非零元素如表2所示：

[0157] 表2  $\mathbf{A}_l^{-1}$ 中非零元素

[0158]

$\text{AInv}(1, 4) = -g/8$	$\text{AInv}(1, 10) = g/8$	$\text{AInv}(1, 13) = -g/8$
$\text{AInv}(1, 19) = g/8$	$\text{AInv}(1, 24) = -g/8$	$\text{AInv}(1, 25) = -g/8$
$\text{AInv}(1, 31) = g/8$	$\text{AInv}(1, 34) = -g/8$	$\text{AInv}(1, 40) = g/8$
$\text{AInv}(1, 48) = g/8$	$\text{AInv}(1, 51) = -g/8$	$\text{AInv}(1, 57) = g/8$
$\text{AInv}(2, 4) = -g/8$	$\text{AInv}(2, 10) = g/8$	$\text{AInv}(2, 13) = -g/8$
$\text{AInv}(2, 19) = g/8$	$\text{AInv}(2, 24) = g/8$	$\text{AInv}(2, 25) = g/8$
$\text{AInv}(2, 31) = -g/8$	$\text{AInv}(2, 34) = g/8$	$\text{AInv}(2, 40) = -g/8$
$\text{AInv}(2, 48) = -g/8$	$\text{AInv}(2, 51) = g/8$	$\text{AInv}(2, 57) = -g/8$
$\text{AInv}(3, 4) = -g/8$	$\text{AInv}(3, 10) = g/8$	$\text{AInv}(3, 13) = -g/8$
$\text{AInv}(3, 19) = g/8$	$\text{AInv}(3, 24) = -g/8$	$\text{AInv}(3, 25) = g/8$
$\text{AInv}(3, 31) = -g/8$	$\text{AInv}(3, 34) = g/8$	$\text{AInv}(3, 40) = -g/8$
$\text{AInv}(3, 48) = g/8$	$\text{AInv}(3, 51) = -g/8$	$\text{AInv}(3, 57) = g/8$

[0159]

$\text{AInv}(4, 5) = 1/8$	$\text{AInv}(4, 11) = 1/4$	$\text{AInv}(4, 17) = 1/8$
$\text{AInv}(4, 26) = 1/8$	$\text{AInv}(4, 32) = 1/4$	$\text{AInv}(4, 38) = 1/8$
$\text{AInv}(5, 2) = 1/6$	$\text{AInv}(5, 8) = 1/8$	$\text{AInv}(5, 14) = 1/8$
$\text{AInv}(5, 20) = 1/6$	$\text{AInv}(5, 44) = 1/8$	$\text{AInv}(5, 50) = 1/8$
$\text{AInv}(5, 56) = 1/6$	$\text{AInv}(6, 23) = 1/6$	$\text{AInv}(6, 29) = 1/6$
$\text{AInv}(6, 35) = 1/6$	$\text{AInv}(6, 41) = 1/6$	$\text{AInv}(6, 47) = 1/6$
$\text{AInv}(6, 53) = 1/6$	$\text{AInv}(7, 4) = -1/8$	$\text{AInv}(7, 7) = 1/4$
$\text{AInv}(7, 10) = -1/8$	$\text{AInv}(7, 13) = 1/8$	$\text{AInv}(7, 16) = -1/4$
$\text{AInv}(7, 19) = 1/8$	$\text{AInv}(7, 24) = -1/8$	$\text{AInv}(7, 25) = -1/8$
$\text{AInv}(7, 31) = 1/8$	$\text{AInv}(7, 34) = -1/8$	$\text{AInv}(7, 40) = 1/8$
$\text{AInv}(7, 48) = 1/8$	$\text{AInv}(7, 51) = -1/8$	$\text{AInv}(7, 57) = 1/8$
$\text{AInv}(8, 4) = 1/8$	$\text{AInv}(8, 10) = -1/8$	$\text{AInv}(8, 13) = 1/8$
$\text{AInv}(8, 19) = -1/8$	$\text{AInv}(8, 24) = 1/8$	$\text{AInv}(8, 25) = 1/8$
$\text{AInv}(8, 28) = -1/4$	$\text{AInv}(8, 31) = 1/8$	$\text{AInv}(8, 34) = -1/8$
$\text{AInv}(8, 37) = 1/4$	$\text{AInv}(8, 40) = -1/8$	$\text{AInv}(8, 48) = -1/8$
$\text{AInv}(8, 51) = 1/8$	$\text{AInv}(8, 57) = -1/8$	$\text{AInv}(9, 4) = -1/8$
$\text{AInv}(9, 10) = 1/8$	$\text{AInv}(9, 13) = -1/8$	$\text{AInv}(9, 19) = 1/8$
$\text{AInv}(9, 24) = -1/8$	$\text{AInv}(9, 25) = 1/8$	$\text{AInv}(9, 31) = -1/8$
$\text{AInv}(9, 34) = 1/8$	$\text{AInv}(9, 40) = -1/8$	$\text{AInv}(9, 45) = 1/4$
$\text{AInv}(9, 48) = -1/8$	$\text{AInv}(9, 51) = 1/8$	$\text{AInv}(9, 54) = -1/4$
$\text{AInv}(9, 57) = 1/8$	$\text{AInv}(10, 4) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 5) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 10) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 11) = -1/(4*g)$	$\text{AInv}(10, 13) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 17) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 19) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 24) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 25) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 26) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 31) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 32) = -1/(4*g)$	$\text{AInv}(10, 34) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 38) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 40) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 48) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(10, 51) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(10, 57) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 2) = 1/(6*g)$	$\text{AInv}(11, 4) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(11, 8) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 10) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 13) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(11, 14) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 19) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 20) = 1/(6*g)$
$\text{AInv}(11, 24) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 25) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 31) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(11, 34) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 40) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 44) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(11, 48) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 50) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(11, 51) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(11, 56) = 1/(6*g)$	$\text{AInv}(11, 57) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 4) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(12, 10) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 13) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 19) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(12, 23) = -1/(6*g)$	$\text{AInv}(12, 24) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 25) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(12, 29) = 1/(6*g)$	$\text{AInv}(12, 31) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 34) = -1/(8*g)$
$\text{AInv}(12, 35) = 1/(6*g)$	$\text{AInv}(12, 40) = 1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 41) = -1/(6*g)$
$\text{AInv}(12, 47) = 1/(6*g)$	$\text{AInv}(12, 48) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(12, 51) = 1/(8*g)$
$\text{AInv}(12, 53) = -1/(6*g)$	$\text{AInv}(12, 57) = -1/(8*g)$	$\text{AInv}(13, 4) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(13, 10) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(13, 13) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(13, 19) = 1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(13, 24) = 7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(13, 25) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(13, 31) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(13, 34) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(13, 40) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(13, 45) = 5/(6*\pi)$
$\text{AInv}(13, 48) = 7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(13, 51) = 1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(13, 54) = -1/(6*\pi)$

[0160]

$\text{AInv}(13, 57) = 1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(14, 4) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(14, 10) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(14, 13) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(14, 19) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(14, 24) = 1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(14, 25) = -7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(14, 28) = -5/(6*\pi)$	$\text{AInv}(14, 31) = -7/(12*\pi)$
$\text{AInv}(14, 34) = -1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(14, 37) = 1/(6*\pi)$	$\text{AInv}(14, 40) = -1/(12*\pi)$
$\text{AInv}(14, 48) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(14, 51) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(14, 57) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(15, 4) = -7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(15, 7) = -5/(6*\pi)$	$\text{AInv}(15, 10) = -7/(12*\pi)$
$\text{AInv}(15, 13) = -1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(15, 16) = 1/(6*\pi)$	$\text{AInv}(15, 19) = -1/(12*\pi)$
$\text{AInv}(15, 24) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(15, 25) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(15, 31) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(15, 34) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(15, 40) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(15, 48) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(15, 51) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(15, 57) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 4) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(16, 10) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 13) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 19) = 1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(16, 24) = -1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(16, 25) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 31) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(16, 34) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 40) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(16, 45) = 1/(6*\pi)$
$\text{AInv}(16, 48) = -1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(16, 51) = -7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(16, 54) = -5/(6*\pi)$
$\text{AInv}(16, 57) = -7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(17, 4) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(17, 10) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(17, 13) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(17, 19) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(17, 24) = 1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(17, 25) = 1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(17, 28) = -1/(6*\pi)$	$\text{AInv}(17, 31) = 1/(12*\pi)$
$\text{AInv}(17, 34) = 7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(17, 37) = 5/(6*\pi)$	$\text{AInv}(17, 40) = 7/(12*\pi)$
$\text{AInv}(17, 48) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(17, 51) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(17, 57) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(18, 4) = 1/(12*\pi)$	$\text{AInv}(18, 7) = -1/(6*\pi)$	$\text{AInv}(18, 10) = 1/(12*\pi)$
$\text{AInv}(18, 13) = 7/(12*\pi)$	$\text{AInv}(18, 16) = 5/(6*\pi)$	$\text{AInv}(18, 19) = 7/(12*\pi)$
$\text{AInv}(18, 24) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(18, 25) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(18, 31) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(18, 34) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(18, 40) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(18, 48) = -1/(4*\pi)$
$\text{AInv}(18, 51) = 1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(18, 57) = -1/(4*\pi)$	$\text{AInv}(19, 4) = 1/8$
$\text{AInv}(19, 7) = -1/4$	$\text{AInv}(19, 10) = 1/8$	$\text{AInv}(19, 13) = -1/8$
$\text{AInv}(19, 16) = 1/4$	$\text{AInv}(19, 19) = -1/8$	$\text{AInv}(19, 24) = 1/8$
$\text{AInv}(19, 25) = 1/8$	$\text{AInv}(19, 27) = 1/8$	$\text{AInv}(19, 30) = -1/4$
$\text{AInv}(19, 31) = -1/8$	$\text{AInv}(19, 33) = -1/8$	$\text{AInv}(19, 34) = 1/8$
$\text{AInv}(19, 36) = 1/8$	$\text{AInv}(19, 39) = 1/4$	$\text{AInv}(19, 40) = -1/8$
$\text{AInv}(19, 42) = -1/8$	$\text{AInv}(19, 48) = -1/8$	$\text{AInv}(19, 51) = 1/8$
$\text{AInv}(19, 57) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 4) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 6) = 1/8$
$\text{AInv}(20, 9) = -1/4$	$\text{AInv}(20, 10) = 1/8$	$\text{AInv}(20, 12) = -1/8$
$\text{AInv}(20, 13) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 15) = 1/8$	$\text{AInv}(20, 18) = 1/4$
$\text{AInv}(20, 19) = 1/8$	$\text{AInv}(20, 21) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 24) = -1/8$
$\text{AInv}(20, 25) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 28) = 1/4$	$\text{AInv}(20, 31) = -1/8$
$\text{AInv}(20, 34) = 1/8$	$\text{AInv}(20, 37) = -1/4$	$\text{AInv}(20, 40) = 1/8$
$\text{AInv}(20, 48) = 1/8$	$\text{AInv}(20, 51) = -1/8$	$\text{AInv}(20, 57) = 1/8$
$\text{AInv}(21, 22) = -1/8$	$\text{AInv}(21, 43) = -1/4$	$\text{AInv}(21, 46) = 1/8$
$\text{AInv}(21, 49) = -1/8$	$\text{AInv}(21, 52) = 1/4$	$\text{AInv}(21, 55) = 1/8$
$\text{AInv}(22, 4) = 1/8$	$\text{AInv}(22, 6) = -1/8$	$\text{AInv}(22, 9) = -1/4$
$\text{AInv}(22, 10) = -1/8$	$\text{AInv}(22, 12) = 1/8$	$\text{AInv}(22, 13) = 1/8$
$\text{AInv}(22, 15) = -1/8$	$\text{AInv}(22, 18) = 1/4$	$\text{AInv}(22, 19) = -1/8$
$\text{AInv}(22, 21) = 1/8$	$\text{AInv}(22, 24) = 1/8$	$\text{AInv}(22, 25) = -1/8$

[0161]	AIInv(22, 31) = 1/8	AIInv(22, 34) = -1/8	AIInv(22, 40) = 1/8
	AIInv(22, 45) = -1/4	AIInv(22, 48) = 1/8	AIInv(22, 51) = -1/8
	AIInv(22, 54) = 1/4	AIInv(22, 57) = -1/8	AIInv(23, 22) = -1/8
	AIInv(23, 43) = 1/4	AIInv(23, 46) = 1/8	AIInv(23, 49) = -1/8
	AIInv(23, 52) = -1/4	AIInv(23, 55) = 1/8	AIInv(24, 27) = 1/8
	AIInv(24, 30) = 1/4	AIInv(24, 33) = -1/8	AIInv(24, 36) = 1/8
	AIInv(24, 39) = -1/4	AIInv(24, 42) = -1/8	

[0162] 表中：

[0163] g为重力加速度，

[0164] AIInv(i, j)表示 $\mathbf{A}_i^{-1}$ 中第i行第j列元素。

[0165] 步骤五：利用步骤四中的K计算出每个静止位置i对应的补偿分量 $\omega_v^{0(i)}$ ，其中i=0, 1, 2, …, 18, 计算方法如下：

$$[0166] \quad \omega_v^0 = \begin{bmatrix} \Omega \sin(L) \gamma_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \cos(L) \beta_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \\ \Omega \sin(L) \beta_{coef_{19 \times 24}} \mathbf{K}_{24 \times 1} \end{bmatrix}_{3 \times 19}$$

[0167] 其中：

[0168]  $\omega_v^0$ 为系数  $\omega_v$ 为降低与误差参数耦合度而需剔除的系数， $\omega_v$ 为步骤三中的系数，

[0169]  $\omega_v^{0(i)}$ 为上式中 $\omega_v^0$ 矩阵的第i列，其中，i=1, …, 19，

[0170] L为纬度，

[0171]  $\Omega$ 为地球自转角速率，

[0172] K为一阶误差参数，

[0173]  $\gamma_{coef_{19 \times 24}}$ 和 $\beta_{coef_{19 \times 24}}$ 分别为常数矩阵， $\gamma_{coef_{19 \times 24}}$ 和 $\beta_{coef_{19 \times 24}}$ 阵中非零元

[0174] 素分别见表3和表4；

[0175] 表3 $\beta_{coef_{19 \times 24}}$ 阵中非零元素

[0176]	betaCoef(1, 1) = -1/g	betaCoef(2, 1) = -1/g	betaCoef(2, 15) = - $\pi/2$
	betaCoef(3, 2) = 1/g	betaCoef(3, 7) = 1	betaCoef(3, 15) = - $\pi/2$
	betaCoef(4, 1) = 1/g	betaCoef(4, 15) = - $\pi/2$	betaCoef(5, 2) = -1/g
	betaCoef(5, 7) = 1	betaCoef(5, 18) = $\pi/2$	betaCoef(6, 1) = 1/g
	betaCoef(6, 18) = $\pi/2$	betaCoef(7, 2) = 1/g	betaCoef(7, 7) = 1
	betaCoef(7, 18) = $\pi/2$	betaCoef(8, 1) = -1/g	betaCoef(8, 21) = -1

[0177]	$\text{betaCoef}(8, 23) = -1$	$\text{betaCoef}(9, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(9, 14) = -\pi/2$
	$\text{betaCoef}(10, 3) = -1/g$	$\text{betaCoef}(10, 8) = -1$	$\text{betaCoef}(10, 14) = -\pi/2$
	$\text{betaCoef}(11, 1) = 1/g$	$\text{betaCoef}(11, 14) = -\pi/2$	$\text{betaCoef}(12, 3) = 1/g$
	$\text{betaCoef}(12, 8) = -1$	$\text{betaCoef}(12, 17) = \pi/2$	$\text{betaCoef}(13, 1) = 1/g$
	$\text{betaCoef}(13, 17) = \pi/2$	$\text{betaCoef}(14, 3) = -1/g$	$\text{betaCoef}(14, 8) = -1$
	$\text{betaCoef}(14, 17) = \pi/2$	$\text{betaCoef}(15, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(15, 21) = -1$
	$\text{betaCoef}(15, 23) = 1$	$\text{betaCoef}(16, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(16, 21) = 1$
	$\text{betaCoef}(16, 23) = 1$	$\text{betaCoef}(17, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(17, 21) = -1$
	$\text{betaCoef}(17, 23) = -1$	$\text{betaCoef}(18, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(18, 21) = 1$
	$\text{betaCoef}(18, 23) = -1$	$\text{betaCoef}(19, 1) = -1/g$	$\text{betaCoef}(19, 21) = 1$
	$\text{betaCoef}(19, 23) = 1$		

[0178] 表4  $\gamma_{\text{coef}_{19 \times 24}}$  阵中非零元素

[0179]

$\text{gammaCoef}(1, 3)=1/g$	$\text{gammaCoef}(1, 9)=1$	$\text{gammaCoef}(2, 3)=1/g$
$\text{gammaCoef}(2, 9)=1$	$\text{gammaCoef}(2, 20)=-1$	$\text{gammaCoef}(2, 22)=1$
$\text{gammaCoef}(3, 3)=1/g$	$\text{gammaCoef}(3, 8)=1$	$\text{gammaCoef}(3, 20)=1$
$\text{gammaCoef}(3, 22)=1$	$\text{gammaCoef}(4, 3)=1/g$	$\text{gammaCoef}(4, 9)=-1$
$\text{gammaCoef}(4, 20)=1$	$\text{gammaCoef}(4, 22)=-1$	$\text{gammaCoef}(5, 3)=1/g$
$\text{gammaCoef}(5, 8)=-1$	$\text{gammaCoef}(5, 20)=-1$	$\text{gammaCoef}(5, 22)=1$
$\text{gammaCoef}(6, 3)=1/g$	$\text{gammaCoef}(6, 9)=-1$	$\text{gammaCoef}(6, 20)=-1$
$\text{gammaCoef}(6, 22)=-1$	$\text{gammaCoef}(7, 3)=1/g$	$\text{gammaCoef}(7, 8)=1$
$\text{gammaCoef}(7, 20)=1$	$\text{gammaCoef}(7, 22)=-1$	$\text{gammaCoef}(8, 3)=1/g$
$\text{gammaCoef}(8, 9)=1$	$\text{gammaCoef}(8, 13)=-\pi/2$	$\text{gammaCoef}(9, 2)=1/g$
$\text{gammaCoef}(9, 19)=-1$	$\text{gammaCoef}(9, 24)=-1$	$\text{gammaCoef}(10, 2)=1/g$
$\text{gammaCoef}(10, 7)=1$	$\text{gammaCoef}(10, 19)=1$	$\text{gammaCoef}(10, 24)=-1$
$\text{gammaCoef}(11, 2)=1/g$	$\text{gammaCoef}(11, 19)=1$	$\text{gammaCoef}(11, 24)=1$
$\text{gammaCoef}(12, 2)=1/g$	$\text{gammaCoef}(12, 7)=-1$	$\text{gammaCoef}(12, 19)=-1$
$\text{gammaCoef}(12, 24)=-1$	$\text{gammaCoef}(13, 2)=1/g$	$\text{gammaCoef}(13, 19)=-1$
$\text{gammaCoef}(13, 24)=1$	$\text{gammaCoef}(14, 2)=1/g$	$\text{gammaCoef}(14, 7)=1$
$\text{gammaCoef}(14, 19)=1$	$\text{gammaCoef}(14, 24)=1$	$\text{gammaCoef}(15, 2)=1/g$
$\text{gammaCoef}(15, 13)=-\pi/2$	$\text{gammaCoef}(16, 3)=-1/g$	$\text{gammaCoef}(16, 9)=1$
$\text{gammaCoef}(16, 13)=-\pi/2$	$\text{gammaCoef}(17, 2)=-1/g$	$\text{gammaCoef}(17, 16)=\pi/2$
$\text{gammaCoef}(18, 3)=-1/g$	$\text{gammaCoef}(18, 9)=1$	$\text{gammaCoef}(18, 16)=\pi/2$
$\text{gammaCoef}(19, 2)=1/g$	$\text{gammaCoef}(19, 16)=\pi/2$	

[0180] 其中：

[0181]  $\text{betaCoef}(i, j)$ 表示 $\beta_{\text{coef}}$ 中第*i*行第*j*列元素；

[0182]  $\text{gammaCoef}(i, j)$ 表示 $\gamma_{\text{coef}}$ 中第*i*行第*j*列元素；

[0183]  $\pi$ 为圆周率；

[0184]  $g$ 为重力加速度；



[0185] 接着通过步骤二中的  $\omega_v^{(0)}$  及步骤三中的  $\omega_v^{(i)}$  计算出每个静止位置上的二阶中间参数  $\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$  , 其中, 步骤三中的  $\omega_v^{(i)}$  中  $i=1, 2, \dots, 18$ , 二阶中间参数求值公式  $\omega_v^{*(i)} = \omega_v^{(i)} - \omega_v^{0(i)}$  中  $i=0, 1, 2, \dots, 18$ 。

[0186] 步骤六: 将各二阶误差参数: 陀螺零偏  $B_{gx}, B_{gy}, B_{gz}$  及首个位置上的北向方位角误差  $\delta\theta_0^{n(0)}$  记为列向量  $\omega$  , 依据二阶中间参数  $\omega_v^*$  和二阶误差参数  $\omega$  之间的关系, 利用步骤五中  $\omega_v^{*(i)}$  构建方程  $\omega_v^{*(i)} = \mathbf{B}^{(i)}\omega$  , 其中  $i=0, 1, 2, \dots, 18$ ,

[0187] 将以上方程联立得到如下方程:

$$[0188] \quad \omega_v^* = \begin{bmatrix} \omega_v^{*(0)} \\ \omega_v^{*(1)} \\ \omega_v^{*(2)} \\ \vdots \\ \omega_v^{*(18)} \end{bmatrix}_{57 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{(0)} \\ \mathbf{B}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(18)} \end{bmatrix} \omega = \mathbf{B}\omega$$

[0189] 然后利用B的最小二乘逆矩阵  $\mathbf{B}_l^{-1}$  , 通过式  $\omega = \mathbf{B}_l^{-1}\omega_v^*$  计算出二阶误差参数  $\omega$  , 其中, 最小二乘逆矩阵  $\mathbf{B}_l^{-1}$  中非零元素如表5所示:

[0190] 表5  $\mathbf{B}_l^{-1}$  中非零元素

[0191]	BInv(1, 3) = 1/19	BInv(1, 5) = -1/19
	BInv(1, 9) = -1/19	BInv(1, 11) = 1/19
	BInv(1, 15) = -1/19	BInv(1, 17) = -1/19
	BInv(1, 21) = 1/19	BInv(1, 24) = 1/19
	BInv(1, 26) = -1/19	BInv(1, 30) = -1/19
	BInv(1, 32) = 1/19	BInv(1, 36) = -1/19
	BInv(1, 38) = -1/19	BInv(1, 42) = 1/19
	BInv(1, 45) = 1/19	BInv(1, 48) = 1/19
	BInv(1, 51) = 1/19	BInv(1, 54) = 1/19
	BInv(1, 57) = 1/19	BInv(2, 1) = 91/5244
	BInv(2, 2) = -325/5244	BInv(2, 4) = 91/5244
	BInv(2, 6) = -325/5244	BInv(2, 7) = 91/5244
	BInv(2, 8) = 325/5244	BInv(2, 10) = 91/5244
	BInv(2, 12) = 325/5244	BInv(2, 13) = 91/5244
	BInv(2, 14) = 325/5244	BInv(2, 16) = 91/5244
	BInv(2, 18) = -325/5244	BInv(2, 19) = 91/5244

[0192]

$\text{BInv}(2, 20) = -325/5244$	$\text{BInv}(2, 22) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 23) = 7/874$	$\text{BInv}(2, 25) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 27) = 7/874$	$\text{BInv}(2, 28) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 29) = -7/874$	$\text{BInv}(2, 31) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 33) = -7/874$	$\text{BInv}(2, 34) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 35) = -7/874$	$\text{BInv}(2, 37) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 39) = 7/874$	$\text{BInv}(2, 40) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 41) = 7/874$	$\text{BInv}(2, 43) = 175/5244$
$\text{BInv}(2, 44) = 325/5244$	$\text{BInv}(2, 46) = 229/2622$
$\text{BInv}(2, 47) = -7/874$	$\text{BInv}(2, 49) = 175/5244$
$\text{BInv}(2, 50) = 325/5244$	$\text{BInv}(2, 52) = -16/437$
$\text{BInv}(2, 53) = 7/874$	$\text{BInv}(2, 55) = 91/5244$
$\text{BInv}(2, 56) = -325/5244$	$\text{BInv}(3, 1) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 2) = -7/874$	$\text{BInv}(3, 4) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 6) = -7/874$	$\text{BInv}(3, 7) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 8) = 7/874$	$\text{BInv}(3, 10) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 12) = 7/874$	$\text{BInv}(3, 13) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 14) = 7/874$	$\text{BInv}(3, 16) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 18) = -7/874$	$\text{BInv}(3, 19) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 20) = -7/874$	$\text{BInv}(3, 22) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 23) = 26/437$	$\text{BInv}(3, 25) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 27) = 26/437$	$\text{BInv}(3, 28) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 29) = -26/437$	$\text{BInv}(3, 31) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 33) = -26/437$	$\text{BInv}(3, 34) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 35) = -26/437$	$\text{BInv}(3, 37) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 39) = 26/437$	$\text{BInv}(3, 40) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 41) = 26/437$	$\text{BInv}(3, 43) = 71/874$
$\text{BInv}(3, 44) = 7/874$	$\text{BInv}(3, 46) = 13/437$
$\text{BInv}(3, 47) = -26/437$	$\text{BInv}(3, 49) = 71/874$
$\text{BInv}(3, 50) = 7/874$	$\text{BInv}(3, 52) = 6/437$
$\text{BInv}(3, 53) = 26/437$	$\text{BInv}(3, 55) = -33/874$
$\text{BInv}(3, 56) = -7/874$	$\text{BInv}(4, 1) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 2) = 7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 4) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 6) = 7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 7) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 8) = -7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 10) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 12) = -7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 13) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 14) = -7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 16) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 18) = 7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 19) = -13/(276*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 20) = 7/(276*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 22) = -1/(23*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 23) = -1/(46*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 25) = -1/(23*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 27) = -1/(46*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 28) = -1/(23*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 29) = 1/(46*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 31) = -1/(23*\Omega*\cos(L))$
$\text{BInv}(4, 33) = 1/(46*\Omega*\cos(L))$	$\text{BInv}(4, 34) = -1/(23*\Omega*\cos(L))$

[0193]	$BInv(4, 35) = 1/(46 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 37) = -1/(23 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 39) = -1/(46 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 40) = -1/(23 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 41) = -1/(46 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 43) = -25/(276 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 44) = -7/(276 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 46) = -13/(138 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 47) = 1/(46 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 49) = -25/(276 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 50) = -7/(276 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 52) = -1/(23 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 53) = -1/(46 * \Omega * \cos(L))$	$BInv(4, 55) = -13/(276 * \Omega * \cos(L))$
	$BInv(4, 56) = 7/(276 * \Omega * \cos(L))$	

[0194] 其中：

[0195] L为纬度，

[0196]  $\Omega$ 为地球自转角速率，

[0197]  $BInv(i, j)$ 表示 $\mathbf{B}_i^{-1}$ 中第i行第j列元素。

[0198] 步骤七：当一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 的残差大于阈值时，用一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差补偿前次标定的误差参数。然后将得到的一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 以及步骤一中采集的惯性测量单元输出数据代入到导航方程中，再进行一次一阶中间参数 $\Delta_g$ 、二阶中间参数 $\omega_v^*$ 、一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差的解算，然后对一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 进行残差补偿。依此类推，经过多次迭代直至某一次迭代计算得到的一阶误差参数K和二阶误差参数 $\omega$ 残差小于阈值。



图1