

(12) **FASCÍCULO DE PATENTE DE INVENÇÃO**

(22) Data de pedido: <b>2014.04.07</b>	(73) Titular(es): <b>FACULDADE DE CIENCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA FACULDADE DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA CAMPUS DA CAPARICA 2829 516 MONTE DA CAPARICA</b> PT
(30) Prioridade(s):	
(43) Data de publicação do pedido: <b>2015.10.07</b>	
(45) Data e BPI da concessão: /	(72) Inventor(es): <b>RUI MIGUEL HENRIQUES DIAS MORGADO DINIS</b> PT <b>MARKO BEKO</b> PT <b>PAULO MIGUEL DE ARAUJO BORGES MONTEZUMA DE CARVALHO</b> PT
	(74) Mandatário:

(54) Epígrafe: **UM MÉTODO DE DESENHO DE CONSTELAÇÕES OTIMIZADAS PARA SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓTICA COM MODULAÇÃO DE INTENSIDADE**

(57) Resumo:

O MÉTODO DE CONSTRUÇÃO DE CONSTELAÇÕES AQUI PROPOSTO PERMITE O DESENHO DE CONSTELAÇÕES COMPACTAS PARA SISTEMAS ÓTICOS COM MODULAÇÃO DE INTENSIDADE EM MÚLTIPLAS SUBPORTADORAS E DETEÇÃO DIRETA. AS CONSTELAÇÕES SÃO DESENHADAS PARA MINIMIZAR A POTÊNCIA ELÉTRICA MÉDIA, POTÊNCIA ÓTICA MÉDIA E DE PICO, PARA UMA DETERMINADA DISTÂNCIA MÍNIMA ENTRE OS PONTOS DA CONSTELAÇÃO. O DESENHO DA CONSTELAÇÃO É FORMULADO COMO UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO NÃO-CONVEXA COM RESTRIÇÕES DE CONE DE SEGUNDA ORDEM, RESTRIÇÕES QUADRÁTICAS NÃO-CONVEXAS E UMA FUNÇÃO DE CUSTO CONVEXA. NO MÉTODO AQUI PROPOSTO ESTE PROBLEMA PODE SER RELAXADO PARA UM PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO (CONVEXA) DE CONE DE SEGUNDA ORDEM. INTRODUZ-SE UM MÉTODO ITERATIVO SIMPLES EM QUE O RELAXAMENTO DE PROGRAMAÇÃO (CONVEXA) DE CONE DE SEGUNDA ORDEM É MELHORADO EM CADA ITERAÇÃO. AS CONSTELAÇÕES OBTIDAS SEGUNDO O NOVO MÉTODO QUANDO COMPARADAS COM OS FORMATOS MAIS CONHECIDOS APRESENTAM GANHOS MÉDIOS DE ENERGIA ELÉTRICA E ÓTICA DE 0,5 DB E EM TERMOS DE EFICIÊNCIA ESPECTRAL SUPERAM AS CONSTELAÇÕES EM TRELIÇA COM UMA ESTRUTURA CÚBICA DE FACE CENTRADA E AS CONSTELAÇÕES QAM.

## RESUMO

### **"Um método de desenho de constelações otimizadas para sistemas de comunicação ótica com modulação de intensidade"**

O método de construção de constelações aqui proposto permite o desenho de constelações compactas para sistemas óticos com modulação de intensidade em múltiplas subportadoras e detecção direta. As constelações são desenhadas para minimizar a potência elétrica média, potência ótica média e de pico, para uma determinada distância mínima entre os pontos da constelação. O desenho da constelação é formulado como um problema de otimização não-convexa com restrições de cone de segunda ordem, restrições quadráticas não-convexas e uma função de custo convexa. No método aqui proposto este problema pode ser relaxado para um problema de programação (convexa) de cone de segunda ordem. Introduce-se um método iterativo simples em que o relaxamento de programação (convexa) de cone de segunda ordem é melhorado em cada iteração. As constelações obtidas segundo o novo método quando comparadas com os formatos mais conhecidos apresentam ganhos médios de energia elétrica e ótica de 0,5 dB e em termos de eficiência espectral superam as constelações em treliça com uma estrutura cúbica de face centrada e as constelações QAM.

Caparica, 1 de Agosto de 2014

## DESCRIÇÃO

**"Um método de desenho de constelações otimizadas para sistemas de comunicação ótica com modulação de intensidade"**

### **Campo da invenção**

O presente pedido descreve um novo processo de construção de constelações otimizadas energeticamente para sistemas de comunicação óticos com modulação de intensidade em múltiplas subportadoras e detecção directa.

### **Antecedentes da invenção**

Nos sistemas de detecção coerente óticos, tanto a amplitude e a fase do sinal óptico são conservados após a detecção opto-eléctrica. No entanto, os sistemas óticos coerentes exigem implementações de hardware eletro-ótica complexas e a crescente complexidade dos sistemas coerentes tradoc-se em aumento de custo.

A Modulação de Intensidade com Detecção Directa (MI/DD) ganhou atenção significativa, devido à sua baixa complexidade e de baixo custo de implementação [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Devido à sua simplicidade, a MI/DD é comumente usada em sistemas de transmissão sem fio óticos (SFO) [1, 2, 3] e links de fibra ótica de curta distância [9, 10]. A simplicidade desta técnica deve-se ao facto de a modulação de intensidade (MI) poder ser conseguida através da variação da corrente de polarização de um diodo laser (DL) ou diodo emissor de luz (LED). Em contraste com a transmissão em rádio frequência (RF), onde a informação está contida na amplitude, fase ou frequência da portadora, os sistemas óticos MI/DD transportam informação que é codificada na intensidade da portadora ótica, que é proporcional a potência

instantânea do sinal. Deve-se salientar que o sinal transmitido deve ser sempre positivo dado que a intensidade nunca pode ser negativa. A detecção directa (DD) é a configuração mais simples que pode ser utilizada para detectar uma intensidade de sinal modulado. Num receptor do tipo DD, um fotodetector gera uma fotocorrente que é proporcional à potência ótica recebida instantaneamente.

O desenho de constelações eficientes quer em termos de potência quer em termos espectrais para MI/DD é abrangido na presente invenção. A escolha natural para formato MI/DD é a modulação de amplitude de pulso M-ária (Pulse Amplitude Modulation-PAM) [2], [3], [5], [11]. No entanto, esta é ineficiente em termos de potência [12], sendo a única exceção a modulação por chaveamento ligado-desligado (on-off keying-OOK) [2]. Embora eficientes em termos de energia, os formatos de modulação de pulso M-ários são conhecidos por serem espectralmente ineficientes [2], [3].

### Sumário

O presente pedido descreve um processo de construção de constelações otimizadas energeticamente em que o problema de otimização não-convexa com Restrições de Cone de Segunda Ordem (Second Order Cone Constraints-SOCC) é relaxado para um problema convexo de Programação Cônica de Segunda Ordem, através de um processo de construção de constelações iterativo simples em que o relaxamento de Programação Cônica de Segunda Ordem é melhorado em cada iteração e que para um determinado tamanho de constelação,  $M$ , e um número de sub-portadoras,  $T$ , permite obter uma constelação  $C = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ , com  $s_k \in \mathbb{R}^{2T+1}$ ,  $k=1, \dots, M$ , para a inicialização adoptada e em que a constelação  $C$  é um ponto do espaço de sinais definido por:

$$M = \{(s_1, \dots, s_M) : \|s_i - s_j\|^2 \geq D^2, i \neq j, \text{ e } s_i \in Y\},$$

onde

$$Y = \left\{ w \in \mathbb{R}^{2J+1} : w_i \geq \sum_{j=1}^J \sqrt{2(w_{2j}^2 + w_{2j+1}^2)} \right\}$$

e  $w_i$  designa a entrada de ordem  $i$  do vector  $w$ .

Durante o processo de construção é adoptada uma função de mérito  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$  que avalia a qualidade de cada constelação  $C$ , em que a escolha de  $f(C) = E\{\|s\|^2\}$  para a função de mérito  $f(C)$ , onde  $E\{\}$  representa o valor esperado, resulta numa constelação otimizada para a energia eléctrica de média  $\bar{P}_e$ , enquanto que a escolha  $f(C) = E\{s_j\}$ , onde  $s_j$  é a entrada  $j$  de  $s$ , conduz a uma constelação otimizada segundo a potência ótica média  $\bar{P}_o$ , e a escolha da função de mérito

$$f(C) = \max_{1 \leq j \leq J} \left\{ s_{2j} + \sum_{i=1}^J \sqrt{2(s_{2i}^2 + s_{2i+1}^2)} \right\}$$

produz uma constelação otimizada para a potência ótica do pico  $\hat{P}_o$ . A geração de constelações otimizadas energeticamente corresponde a construir um livro de códigos óptimo  $C = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$  e a resolver o problema de otimização

$$\text{minimizar } f(C)$$

sujeito à restrição não convexa

$$\|s_i - s_j\|^2 \geq D^2, 1 \leq i < j \leq M,$$

e à restrição convexa

$$s_{i,l} \geq \sum_{j=1}^l \sqrt{2(s_{i,2j}^2 + s_{i,2j+1}^2)}, i=1, \dots, M,$$

designado como problema original e que corresponde a um problema de optimização não convexa, pertencente à classe programação cónica não-convexa de segunda ordem que é difícil de resolver e que é relaxado para um problema de Programação Cónica de Segunda Ordem convexa.

Passa-se agora a caracterizar o processo simples de geração de constelações optimizadas em que se assume por uma questão de simplicidade  $T=1$  e que repete uma sequência de subproblemas de programação convexa sob restrições SOCCs e restrições lineares, onde cada subproblema aproxima-se do problema original localmente e que compreende os seguintes passos:

- Sendo  $s_{(k)} = [s_{1(k)}^t, \dots, s_{M(k)}^t]^T$ , onde  $s_{i(k)}$  representa o valor do vector  $s_i$  na iteração de ordem  $k$ , é um ponto possível gerado aleatoriamente pelo Problema Original, um novo ponto possível  $s_{(1)}$  é obtido como solução do seguinte problema, aqui designado como Segundo Problema e que consiste em

$$\begin{array}{l} \text{minimizar} \\ s \in \mathbb{R}^{3M} \quad f(C) \end{array}$$

sujeito à condição

$$2s_{(0)}^t E_y s - s_{(0)}^t E_y s_{(0)} \geq 1, 1 \leq i < j \leq M,$$

$$f_i^t E_i s \geq \sqrt{2 \left( (f_i^t E_i s)^2 + (f_i^t E_i s)^2 \right)}, i=1, \dots, M,$$

onde  $s = [s_1^T, \dots, s_M^T]^T$ ,  $e_j$  representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $I_n$ ,  $E_j = e_j^T \otimes I_n$ ,  $e_j$  representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $I_M$ ,  $E_j = E_j^T E_j - E_j^T E_j - E_j^T E_j + E_j^T E_j$ , e  $\otimes$  designa o produto de Kronecker.

- O Segundo Problema é obtido por linearização das partes concavas das funções de restrição presentes no Problema Original,  $-s^T E_j s$ , em torno de  $s_{(k)}$  (Note-se que as funções de restrição  $\|s_i - s_j\|^2 \geq D^2, 1 \leq i < j \leq M$ , do problema original podem ser escritas como  $1 - s^T E_j s \leq 0$ ), continuando o processo de construção a realizar a linearização do problema original em torno de  $s_{(k)}$ , e repete este procedimento até ser atingida a convergência.

- O método gera uma sequência de pontos viáveis com valores objetivos não crescentes, uma vez que sendo  $1 - (s_{(k)}^T E_j s_{(k)} + 2s_{(k)}^T E_j (s - s_{(k)})) = 1 - 2s_{(k)}^T E_j s + s_{(k)}^T E_j s_{(k)}$  um limite superior global sobre  $1 - s^T E_j s$ , onde  $s_{(k)}^T E_j s_{(k)} + 2s_{(k)}^T E_j (s - s_{(k)})$  é a expansão de Taylor de primeira ordem de  $s^T E_j s$  em torno do ponto  $s_{(k)}$ , o ponto  $s_{(k)}$  é viável para o Problema Original e dado que  $s_{(k)}$  satisfaz as restrições do Segundo Problema; consequentemente,  $s_{(k)}$  é viável para o Segundo Problema, o que implica que  $f(O)_{s_{(k)}} \leq f(O)_{s_{(k-1)}}$ .

- O processo iterativo de construção pára quando  $\|s_{(k)} - s_{(k-1)}\| < \Delta$  para um  $k$ , onde  $\Delta$  é uma constante positiva arbitrariamente pequena designada parâmetro de paragem.

### Descrição Geral

O presente pedido descreve um método de construção de constelações compactas e otimizadas energeticamente para sistemas de comunicação digitais óticos com modulação de intensidade em múltiplas subportadoras e detecção directa. As constelações são desenhadas para minimizar a potência eléctrica média, a potência ótica média e a potência de pico para uma determinada distância mínima entre os pontos da constelação. O desenho das constelações é formulado como um problema de otimização não-convexa com Restrições de Cone de Segunda Ordem, restrições quadráticas não-convexas e uma função de custo convexa. No processo de construção aqui apresentado, este problema é relaxado para um problema de Programação Cónica de Segunda Ordem (Second Order Cone Programming-SOCP). Introduce-se um processo de construção de constelações iterativo simples e em que o relaxamento SOCP é melhorado em cada iteração.

Neste contexto, são igualmente propostas novas constelações de  $M$  pontos otimizadas para a potência eléctrica média, potência ótica média e potência de pico. Quando comparadas as novas constelações otimizadas energeticamente com as constelações propostas em [8] e as constelações baseadas em treliças, as primeiras demonstram ser melhores quer em termos de eficiência de potência quer em termos de eficiência espectral.

Para o caso de uma única subportadora, as novas constelações quando comparadas com os formatos mais conhecidos em termos de potência e eficiência espectral superam as constelações em treliça de estrutura cúbica de face centrada correspondente e constelações baseadas em modulações em quadratura e amplitude (Quadrature Amplitude Modulation-QAM), com ganhos médios de energia eléctrica e ótica na vizinhança de 0,5 dB, para taxas de erro de símbolo baixos. Os correspondentes ganhos de potência



ótica de pico também estão na vizinhança de 0,5 dB. A informação mútua inerente às novas constelações mostra que ainda são válidas para sistemas codificados.

Também os esquemas de duas sub-portadoras com as constelações obtidas são melhores que os esquemas equivalentes baseados em constelações QAM e esquemas mono-portadora com constelações da mesma dimensão.

#### Breve descrição das figuras

O presente invento vai ser descrito seguidamente em pormenor recorrendo aos resultados nas figuras em anexo, as quais correspondem a:

A FIGURA 1 apresenta a nova constelação  $CEO-\bar{P}_e$  otimizada para a potência eléctrica média para  $M=128$  e em que  $\phi_1(t)$ ,  $\phi_2(t)$  e  $\phi_3(t)$  representam as funções base.

A FIGURA 2 apresenta a nova constelação  $CEO-\bar{P}_e$  otimizada para a potência ótica média para  $M=128$  e e em que  $\phi_1(t)$ ,  $\phi_2(t)$  e  $\phi_3(t)$  representam as funções base.

A FIGURA 3 apresenta a nova constelação  $CEO-\hat{P}_e$  otimizada para a potência ótica de pico para  $M=128$  e e em que  $\phi_1(t)$ ,  $\phi_2(t)$  e  $\phi_3(t)$  representam as funções base.

A FIGURA 4 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência eléctrica média e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça de Face Centrada cúbica (FCC) (A3) para  $M=32$ .

A FIGURA 5 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência eléctrica média e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça de Face Centrada cúbica (FCC) (A3) para  $M=64$ .

A FIGURA 6 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência ótica média e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça FCC (A3) para  $M=32$ .

A FIGURA 7 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência ótica média e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça FCC (A3) para  $M=64$ .

A FIGURA 8 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência ótica de pico e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça FCC (A3) para  $M=32$ .

A FIGURA 9 apresenta a comparação do desempenho das novas constelações otimizadas para a potência ótica de pico e transmissão não codificada com as constelações QAM com forma em estrela e constelações do tipo treliça FCC (A3) para  $M=64$ .

A FIGURA 10 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas constelações versus  $E_p/N_0$  para transmissão codificada para  $M=32$ .

A FIGURA 11 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas constelações versus  $E_p/N_0$  para transmissão codificada para  $M=64$ .

A FIGURA 12 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas constelações versus a relação sinal ruído média ótica  $\gamma_p$  para transmissão codificada e  $M=32$ .

A FIGURA 13 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas constelações versus a relação sinal ruído média ótica  $\gamma_p$  para transmissão codificada e  $M=64$ .

A FIGURA 14 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas

constelações versus relação sinal ruído ótica de pico  $\gamma_b$ , para transmissão codificada e  $M=32$ .

A FIGURA 15 apresenta a eficiência espectral de constelações QAM em estrela, constelações do tipo FCC em treliça (A3) e as novas constelações versus relação sinal ruído ótica de pico  $\gamma_b$ , para transmissão codificada e  $M=64$ .

#### Descrição detalhada da invenção

Fazendo referência às figuras, vai ser agora descrita detalhadamente a invenção com recurso a uma concretização preferencial do invento, a qual não pretende limitar o âmbito de protecção desta invenção. A concretização preferencial da invenção é constituída por um método de passos sequenciais, como seguidamente se descreve.

Para um determinado tamanho de constelação,  $M$ , e um número de sub-portadoras,  $T$ , o objectivo consiste em obter uma constelação  $C = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ , com  $s_k \in \mathbb{R}^{2T+1}$ ,  $k=1, \dots, M$ , para a inicialização adoptada. A constelação  $C$  é um ponto do espaço de sinais

$$M = \{(s_1, \dots, s_M) : \|s_i - s_j\|^2 \geq D^2, i \neq j, \text{ e } s_i \in \Upsilon\},$$

onde

$$\Upsilon = \left\{ \mathbf{w} \in \mathbb{R}^{2T+1} : w_i \geq \sum_{j=1}^T \sqrt{2(w_{2j}^2 + w_{2j+1}^2)} \right\}$$

e  $w_i$  designa a entrada de ordem  $i$  do vector  $\mathbf{w}$  [8]. Em seguida, precisamos adotar uma função de mérito  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$  que avalia a

e  $w_i$  designa a entrada de ordem  $i$  do vector  $\mathbf{w}$  [8]. Em seguida, precisamos adotar uma função de mérito  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$  que avalie a qualidade de cada constelação  $C$ . A escolha de  $f(C) = E\{\|\mathbf{s}\|^2\}$  para a função de mérito  $f(C)$ , onde  $E\{\cdot\}$  representa o valor esperado, resulta numa constelação otimizada para a energia eléctrica de média  $\bar{P}_e$ , enquanto que a escolha  $f(C) = E\{s_{(1)}\}$ , onde  $s_{(1)}$  é a entrada  $j$  de  $\mathbf{s}$ , conduz a uma constelação otimizada segundo a potência óptica média  $\bar{P}_o$  [8], [13]. Finalmente,

$$f(C) = \max_{\substack{C \\ \|\mathbf{s}\| \leq D}} \left\{ s_{(1)} + \sum_{j=2}^L \sqrt{2(s_{(2j)}^2 + s_{(2j-1)}^2)} \right\}$$

produz uma constelação otimizada para a potência óptica do pico  $\hat{P}_o$  [8], [14]. Daqui para frente assume-se uma distribuição uniforme ao longo dos pontos da constelação. Em [8], foi abordado o caso de uma única subportadora, isto é para  $T=1$ .

Construir um livro de códigos óptimo  $C = \{s_0, s_1, \dots, s_M\}$  corresponde a resolver o problema de optimização, aqui designado como Problema Original e que consiste na função de custo

$$\text{minimizar } f(C)$$

sujeita às restrições não convexas

$$\|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\|^2 \geq D^2, 1 \leq i < j \leq M,$$

e às restrições convexas

$$s_{(1)} \geq \sum_{j=2}^L \sqrt{2(s_{(2j)}^2 + s_{(2j-1)}^2)}, l = 1, \dots, M.$$

Sem perda de generalidade, admite-se  $D=1$ . A função de custo e a segunda restrição são ambas convexas. Na verdade, as restrições convexas são SOCCs. No entanto, o Problema Original é um problema de otimização não convexa dadas as restrições não convexas. Mais precisamente, ele pertence à classe programação cone não-convexa de segunda ordem [15, 16]. Por conseguinte, é difícil de resolver o Problema Original uma vez que os problemas não convexas são geralmente do tipo rígido [17].

Passa-se agora a caracterizar o método simples de geração de constelações otimizadas. Por uma questão de simplicidade assume-se  $T=1$ ; sendo imediata a generalização do método para  $T>1$ . O método repete uma sequência de subproblemas de programação convexa sob restrições SOCCs e restrições lineares, onde cada subproblema aproxima-se do Problema Original localmente.

1. Seja  $\mathbf{s}_{(k)} = [s_{1(k)}^T, \dots, s_{M(k)}^T]^T$ , onde  $s_{i(k)}$  representa o valor do vector  $\mathbf{s}$ , na iteração de ordem  $k$ , é um ponto possível gerado aleatoriamente pelo Problema Original. Um novo ponto possível  $\mathbf{s}_{(k)}$  é obtido como solução do seguinte problema que consiste em

$$\begin{array}{l} \text{minimizar} \\ \mathbf{s} \in \mathbb{R}^{3M} \quad f(\mathbf{C}) \end{array}$$

sujeita as condições

$$2s_{(k)}^T \mathbf{E}_j \mathbf{s} - s_{(k)}^T \mathbf{E}_j \mathbf{s}_{(k)} \geq 1, 1 \leq j \leq M,$$

e

$$\mathbf{f}_i^T \mathbf{E}_i \mathbf{s} \geq \sqrt{2 \left( (\mathbf{f}_i^T \mathbf{E}_i \mathbf{s})^2 + (\mathbf{f}_i^T \mathbf{E}_i \mathbf{s}_{(k)})^2 \right)}, i=1, \dots, M,$$

em que o conjunto formado pela função de custo e as condições é aqui designado como Segundo Problema e onde  $\mathbf{s} = [s_1^T, \dots, s_M^T]^T$ ,  $\mathbf{f}_i$

representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $\mathbf{I}_n$ ,  $\mathbf{E}_j = \mathbf{e}_j' \otimes \mathbf{I}_n$ , e  $\mathbf{e}_j$  representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $\mathbf{I}_n$ ,  $\mathbf{E}_j = \mathbf{E}_j' \mathbf{E}_j - \mathbf{E}_j' \mathbf{E}_j - \mathbf{E}_j' \mathbf{E}_j + \mathbf{E}_j' \mathbf{E}_j$ , e  $\otimes$  designa o produto de Kronecker.

2. O Segundo Problema é um problema convexo do tipo SOCP e pode ser resolvido usando algoritmos convexos eficientes, tal como o resolvido em [18]. O Segundo Problema é obtido por linearização das partes concavas das funções de restrição presentes na condição não convexa do Problema Original,  $1 - \mathbf{s}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}$ , em torno de  $\mathbf{s}_{(k)}$  (Note-se que as restrições não convexas do Problema Original podem ser escritas como  $1 - \mathbf{s}' \mathbf{E}_j \mathbf{s} \leq 0$ ). O método continua a linearizar o problema original em torno de  $\mathbf{s}_{(k)}$ , e repete este procedimento até ser atingida a convergência.

3. O método gera uma sequência de pontos viáveis com valores objetivos não crescentes. Para mostrar isso, pode-se considerar que  $1 - (\mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}_{(k)} + 2\mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{(k)})) = 1 - 2\mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j \mathbf{s} + \mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}_{(k)}$  é um limite superior global sobre  $1 - \mathbf{s}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}$ , onde  $\mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}_{(k)} + 2\mathbf{s}_{(k)}' \mathbf{E}_j (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{(k)})$  é a expansão de Taylor de primeira ordem de  $\mathbf{s}' \mathbf{E}_j \mathbf{s}$  em torno do ponto  $\mathbf{s}_{(k)}$ . Manifestamente,  $\mathbf{s}_{(k)}$  é viável para o Problema Original. Dado que  $\mathbf{s}_{(k)}$  satisfaz as restrições do Segundo Problema, conseqüentemente,  $\mathbf{s}_{(k)}$  é viável para o Segundo Problema. Isto implica que  $f(\mathbf{O})_{k+1} \leq f(\mathbf{O})_{k+1}$ . O algoritmo pára quando  $\|\mathbf{s}_{(k)} - \mathbf{s}_{(k-1)}\| < \Delta$  para um  $k$ , onde  $\Delta$  é uma constante positiva arbitrariamente pequena designada parâmetro de paragem.

A complexidade do pior caso do método proposto é  $O(M^2 T^2)$  [19], o que o torna atraente para constelações pequenas e de média dimensão. A complexidade do pior caso corresponde ao caso em que

o objetivo é minimizar a energia ótica de pico. Neste caso, existem  $2M$  SOCCs de dimensão  $(2T+1)M+1$  e  $M(M-1)/2$  SOCCs de dimensão 2 [19]). Nas simulações, assume-se  $\Delta=0,01$  e, salvo indicação em contrário  $T=1$ .

As novas constelações obtidas pelo novo método de construção são designadas como Constelações Energeticamente Otimizadas (CEO). Consequentemente, de acordo com a nomenclatura aqui adoptada, as constelações obtidas pelo novo método se forem otimizadas para a potência eléctrica média são designadas como  $CEO-\bar{P}_e$ , se forem otimizadas para a potência ótica média são designadas como  $CEO-\bar{P}_o$ , e no caso de serem otimizadas para a potência ótica de pico são designadas por  $CEO-\hat{P}_o$ . As constelações baseadas em treliças otimizadas para a potência eléctrica média, a potência ótica média e pico de potência ótica são designadas por  $A3-\bar{P}_e$ ,  $A3-\bar{P}_o$  e  $A3-\hat{P}_o$ , respectivamente. As constelações apresentadas em [8], quando são otimizadas para a potência eléctrica média são designadas por  $KASK-\bar{P}_e$ , quando otimizadas para a potência média ótica são designadas por  $KASK-\bar{P}_o$  e designadas por  $KASK-\hat{P}_o$  se forem otimizadas para a potência ótica de pico.

Nas Figs. 1, 2 e 3, são apresentadas para  $M=128$ , as novas constelações  $CEO-\bar{P}_e$ ,  $CEO-\bar{P}_o$  e  $CEO-\hat{P}_o$ .  $\phi_1(t)$ ,  $\phi_2(t)$  e  $\phi_3(t)$  representam as funções base de MI/DD [5].

As tabelas 1-3 apresentam os resultados obtidos para constelações M-árias pelo método proposto que minimizam a potência eléctrica média, a potência ótica média e a potência ótica de pico, respectivamente. Para efeitos de comparação incluem-se também nas tabelas os valores respeitantes às



constelações obtidas em [8], constelações baseadas em treliças e constelações QAM com forma em estrela. Verifica-se que as novas constelações para  $M=4, 8$  e 16 igualam as de Karout apresentadas em [6]. Saliente-se, que as novas constelações têm um desempenho bastante melhor que as constelações QAM com forma em estrela, com um ganho de desempenho, definido como o quociente  $J(CEO)/J(M-QAM)$ , que aumenta à medida que  $M$  aumenta. Dos resultados das tabelas, também se conclui que as constelações otimizadas superam as constelações otimizadas baseadas em treliças para  $M=16, 32, 64, 128$  and 256.

A distância Euclidiana mínima permite prever a probabilidade de erro para valores elevados da Relação Sinal Ruído (Signal to Noise Ratio-SNR). Contudo, para valores intermédios da SNR o valor do Numero Médio de Vizinhos Próximos (Average Number of Nearest Neighbors-ANNN) é um parâmetro que se deve ter em conta. Dois pontos  $s_i$  e  $s_j$  de uma constelação são vizinhos se obedecerem à condição  $1 \leq \|s_i - s_j\| \leq 1 + \epsilon$ , onde  $\epsilon$  é uma constante arbitrariamente pequena. As tabelas 4 a 6 apresentam os valores de ANNN para as novas constelações, constelações baseadas em treliças e as apresentadas em [8] e constelações QAM em forma de estrela para  $\epsilon=0.05$ . Os resultados das tabelas 4 a 6 revelam que as novas constelações têm valores mais elevados de ANNN que as constelações QAM em forma de estrela e que se deve ao facto das novas constelações serem mais compactas que as QAM. Verifica-se ainda que os valores de ANNN das novas constelações são idênticos aos das constelações de [8] para  $M=4, 8$  e 16.

Tabela 1: Potência eléctrica média da por  $f(C) = E\{\|s\|^2\}$  das constelações obtidas, das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliça FCC (Face Centrada cúbica) (A3), otimizadas para a potência média eléctrica

Dimensão da constelação	$CCP - \bar{P}_e$	$KASK - \bar{P}_e$	$QAM$	$A3 - \bar{P}_e$
$M = 4$	0.75	0.75	1.5	0.75
$M = 8$	1.75	1.75	3.5490	2
$M = 16$	3.4904	3.4904	7.5	4.0625
$M = 32$	6.3355	–	15	7.3125
$M = 64$	11.1649	–	31.5	12.5
$M = 128$	19.0860	–	61.5	21.0938
$M = 256$	32.2282	–	127.5	34.7227

Tabela 2: Potência ótica dada por  $f(C) = E\{s_i\}$  das melhores constelações obtidas e das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliça FCC (A3), otimizadas para a potência ótica média

Dimensão da constelação	$CCP - \bar{P}_o$	$KASK - \bar{P}_o$	$QAM$	$A3 - \bar{P}_o$
$M = 4$	0.6124	0.6124	1	0.6124
$M = 8$	1.0202	1.0202	1.4659	1.1227
$M = 16$	1.4628	1.4628	2.1180	1.6840
$M = 32$	2.0389	–	2.9911	2.2964
$M = 64$	2.7537	–	4.3041	3.0363
$M = 128$	3.6562	–	6.0327	3.9740

$M = 256$	4.7988	–	8.6446	5.0872
-----------	--------	---	--------	--------

Tabela 3: Potência de pico ótica dada por

$f(C) = \max\left\{s_{i,1} + \sqrt{2(s_{i,2}^2 + s_{i,3}^2)}\right\}$  das melhores constelações obtidas e das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliza FCC(A3), otimizadas para a potência ótica de pico

Dimensão da constelação	$CCP - \hat{P}_e$	$KASK - \hat{P}_e$	$QAM$	$A3 - \hat{P}_e$
$M = 4$	1.6330	1.6330	2	1.6330
$M = 8$	2.4495	2.4495	3.8637	2.4495
$M = 16$	3.2660	3.2660	6	3.8637
$M = 32$	4.5368	–	8.2462	4.8990
$M = 64$	6.0390	–	14	6.5320
$M = 128$	7.9454	–	18.4391	8.6594
$M = 256$	10.4442	–	30	11.0901

Tabela 4: ANNN das melhores constelações obtidas e das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliza FCC(A3), otimizadas para a potência eléctrica média

ANNN	$CCP - \bar{P}_e$	$KASK - \bar{P}_e$	$QAM$	$A3 - \bar{P}_e$
$M = 4$	3	3	2	3
$M = 8$	4.5	4.5	2	4.5
$M = 16$	4.625	4.625	3	5.75

$M = 32$	5.25	--	3.25	6.625
$M = 64$	5.75	--	3.5	7.6563
$M = 128$	6.375	--	3.625	8.2969
$M = 256$	6.6797	--	3.75	9.0938

Tabela 5: ANNN das melhores constelações obtidas e das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliça FCC(A3), otimizadas para a potência ótica média

ANNN	$CCP-\bar{P}_e$	$KASK-\bar{P}_e$	QAM	$A3-\bar{P}_e$
$M = 4$	3	3	2	3
$M = 8$	3.5	3.5	2	4
$M = 16$	4.25	4.25	3	4.75
$M = 32$	4.525	--	3.25	6.125
$M = 64$	5.4063	--	3.5	7.2813
$M = 128$	5.9219	--	3.625	7.9063
$M = 256$	6.2422	--	3.75	8.9297

Tabela 6: ANNN das melhores constelações obtidas e das constelações de [8], constelações QAM com forma de estrela e constelações do tipo Treliça FCC(A3), otimizadas para a potência ótica de pico

ANNN	$CCP-\hat{P}_e$	$KASK-\hat{P}_e$	QAM	$A3-\hat{P}_e$
$M = 4$	2	3	2	3
$M = 8$	4.5	4.5	2	4.5

$M=16$	3.75	3.6250	3	5.75
$M=32$	4.4375	--	3.25	6.5625
$M=64$	5.3125	--	3.5	7.7813
$M=128$	6	--	3.625	8.5313
$M=256$	6.0078	--	3.75	9.2031

Para avaliar o desempenho das novas constelações é feita comparação com os esquemas conhecidos. As novas constelações são comparadas com as do tipo treliça FCC, otimizadas para a potência elétrica média, a potência ótica média e pico de potência ótica  $A3-\bar{P}_e$ ,  $A3-\bar{P}_o$  e  $A3-\hat{P}_o$ , e que são as treliças mais densas para o espaço euclidiano-3D [20]. Também são comparadas com as constelações  $KASK-\bar{P}_e$ ,  $KASK-\bar{P}_o$ ,  $KASK-\hat{P}_o$ . As novas constelações são igualmente comparadas com constelações M-QAM com formato em estrela, nas quais é permitido que a componente contínua varie de símbolo para símbolo [21].

Para efeitos de comparação, considera-se primeiro um sistema não codificado (para o qual  $R_b = R_s \log_2 M$ , onde  $R_b$  representa o ritmo de bit em bits por segundo e  $R_s$  representa o ritmo de símbolo em símbolos por segundo) e compara-se o desempenho das novas constelações obtidas pelo novo método com as previamente existentes em termos da Taxa de Erros de Símbolo (Symbol Error Rate-SER).

Nas figuras 4, 5, 6, 7, 8 e 9 é comparada a SER das melhores novas constelações para  $M=32$  e  $M=64$ , com as constelações QAM em estrela e as constelações baseadas em treliças. As figuras 4, 6 e 8 são relativas a  $M=32$ . O conjunto de figuras 5, 7 e 9 é

referente a  $M=64$ . A SER é expressa em função de  $E_b/N_0$  ( $E_b$  representa a energia média de bit e  $N_0$  é a densidade espectral unilateral de potência da componente de ruído),  $\gamma_{\bar{P}_e}$  e  $\gamma_{\hat{P}_e}$ , respectivamente, em que

$$\gamma_{\bar{P}_e} (dB) := 5 \log_{10} \frac{E_b}{N_0} + 10 \log_{10} \frac{E\{s_{i,1}\}}{\sqrt{E\{\|s_i\|^2\}}}$$

representa a relação sinal ruído média ótica (SNR média ótica) e

$$\gamma_{\hat{P}_e} (dB) := 5 \log_{10} \frac{E_b}{N_0} + 10 \log_{10} \frac{\max\{s_{i,1} + \sqrt{2(s_{i,2}^2 + s_{i,3}^2)}\}}{\sqrt{E\{\|s_i\|^2\}}}$$

representa a relação sinal ruído ótica de pico (SNR ótica de pico) [8]. Para valores moderados a altos da SNR, a SER pode ser aproximada por

$$SER \approx ANNN \cdot Q \left( \sqrt{2 \cdot ACG \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right),$$

em que  $ACG = \frac{M \log_2 M}{4 \|s\|^2}$  é o ganho de código assintótico [22, Eq.-(4.81)].

No conjunto de figuras 4 a 9, as linhas sólidas com o marcador "\*" representam o desempenho das constelações obtidas pelo novo método otimizadas para a potência eléctrica média ( $CEO-\bar{P}_e$ ), as linhas sólidas com o marcador "□" representam o desempenho das constelações obtidas pelo novo método otimizadas para a potência ótica média ( $CEO-\bar{P}_o$ ), e as linhas sólidas com o marcador "o" estão associadas às constelações otimizadas para a potência ótica de pico ( $CEO-\hat{P}_o$ ), respectivamente.

Nas figuras 4 a 9, as linhas pontilhadas representam o desempenho das constelações baseadas em treliça otimizadas para a potência eléctrica média ( $A3-\bar{P}_e$ ), a potência ótica média ( $A3-\bar{P}_o$ ), e a potência ótica de pico ( $A3-\hat{P}_o$ ), respectivamente. As linhas com o marcador "Q" representam o desempenho das constelações QAM em forma de estrela.

Das Figuras 4 e 5 verifica-se que as novas constelações otimizadas para a potência eléctrica têm melhor desempenho que as constelações QAM em estrela e as constelações baseadas em treliça. Por exemplo, para um  $SER=10^{-10}$  e  $M=32$  verifica-se que a constelação 32-pontos  $CEO-\bar{P}_e$  tem ganhos médios de potência eléctrica de 0.6dB e 3.2dB relativamente à constelação 32-pontos  $A3-\bar{P}_e$  e 32-QAM, respectivamente. Verifica-se também que os novos formatos de modulação, otimizados para  $\bar{P}_o$  só apresentam um desempenho marginalmente inferior ao das constelações otimizadas para  $\bar{P}_e$ .

Nas Figuras 6 e 7, verifica-se que, para o mesmo tamanho das constelações, as novas constelações otimizadas para  $\bar{P}_o$  apresentam o melhor desempenho. Para uma  $SER=10^{-10}$  e  $M=32$ , a  $CEO-\bar{P}_o$  tem um ganho médio de potência ótica de 0.8 dB e 1.5 dB sobre a constelação 32-pontos  $A3-\bar{P}_o$  e a 32-QAM, respectivamente. Verifica-se também que os desempenhos das constelações  $CEO$  otimizadas para a potência média eléctrica e ótica são praticamente idênticos. As Figuras 8 e 9 mostram que, para o mesmo  $M$ , as novas constelações otimizadas para a potência ótica de pico têm melhor desempenho que as constelações QAM em estrela e as constelações baseadas em treliças. Neste caso para um  $SER$

$=10^{-10}$  e  $M=32$ , a constelação  $CEO-\hat{P}_0$  tem ganhos de potência ótica de pico de 0.4 dB e 2.5 dB relativamente a constelação 32-pontos  $AB-\hat{P}_0$  e a constelação  $\check{3}2$ -QAM, respectivamente.

Nas Figuras 10, 11, 12, 13, 14 e 15 é comparado o desempenho de todas as constelações anteriormente consideradas em termos de eficiência espectral, considerando agora um sistema com transmissão codificada (para o qual  $R_c = R_s I(x,y)$ , onde  $I(x,y)$  representa a informação mútua). A eficiência espectral é definida como

$$\eta = \frac{R_c}{W} (\text{bits/s/Hz}),$$

onde  $W$  representa a largura de banda até ao primeiro nulo do espectro. Para o mesmo ritmo de símbolo, o  $M$ -PAM tem  $W=R_s$ , enquanto as constelações para uma sub-portadora têm  $W=2R_s$  [2], [23, 24]. As figuras 10 a 15 mostram a eficiência espectral das constelações versus o valor médio da SNR eléctrica, SNR média ótica, e SNR ótica, para  $M=32$  e  $M=64$ , respectivamente. Nas Figuras 10 a 15, as linhas contínuas com o marcador "●" representam o desempenho dos sinais OOK e as linhas com o marcador "Δ" representam o desempenho da constelação  $CEO-\bar{P}_0$  de 4 pontos, respectivamente.

Das figuras 10 e 11, verifica-se que as melhores constelações em termos de  $E_s/N_0$  são a constelação de 64-pontos  $CEO-\bar{P}_0$  para  $\eta > 1.75$ , a constelação de 32-pontos  $CEO-\bar{P}_0$  para  $1.4 < \eta < 1.75$  e a 64-QAM para  $0.75 < \eta < 1.4$ . Verifica-se ainda que as constelações otimizadas para a potência ótica média são melhores que as constelações otimizadas para a potência eléctrica média quando



comparadas em termos de  $E_b/N_0$ . Das Figuras 12 e 13, verifica-se que as melhores constelações em termos de  $\gamma_b$  são a de 64-pontos CEO- $\bar{P}_0$  para  $\eta > 2.1$ , a de 32-pontos CEO- $\bar{P}_0$  para  $1.75 < \eta < 2.1$  e a 64-QAM para  $0.8 < \eta < 1.75$ . Nas Figuras 14 e 15, pode-se ver que as melhores constelações em termos de  $\gamma_b$  são a de 64-pontos CEO- $\hat{P}_0$  para  $\eta > 2.05$ , a de 32-pontos CEO- $\hat{P}_0$  para  $0.9 < \eta < 2.05$  e a OOK para  $0 < \eta < 0.9$ .

#### Bibliografia

- [1] S. Hranilovic, *Wireless Optical Communication Systems.*, New York: Springer, 2005.
- [2] J. R. Barry, *Wireless Infrared Communications.* Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [3] J. M. Kahn e J. R. Barry, "Wireless infrared communications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 2, pags. 265--298, 1997.
- [4] S. Hranilovic e F. R. Kschischang, "Capacity bounds for power- and band-limited optical intensity channels corrupted by Gaussian noise", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 5, pags. 784--795, 2004.
- [5] S. Hranilovic e F. R. Kschischang, "Optical intensity-modulated direct detection channels: Signal space and lattice

codes," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 49, no. 6, pags. 1385--1399, 2003.

[6] A. A. Farid e S. Hranilovic, "Capacity bounds for wireless optical intensity channels with Gaussian noise," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 56, no. 12, pags. 6066--6077, 2010.

[7] A. Lapidoth, S. M. Moser e M. A. Wigger, "On the capacity of free-space optical intensity channels", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 55, no. 10, pags. 4449--4461, Outubro 2009

[8] J. Karout, E. Agrell, K. Szczerba e M. Karlsson, "Optimizing constellations for single-subcarrier intensity-modulated optical systems", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 58, no. 7, pags. 4645--4659, Julho 2012.

[9] S. Randel, F. Breyer e S. C. J. Lee, "High-speed transmission over multimode optical fibers", in Proc. Optical Fiber Communication Conference., San Diego, CA, Fevereiro 24-28, 2008, pags. 1-3.

[10] D. Molin, G. Kuyt, M. Bigot-Astruc e P. Sillard, "Recent advances in MMF technology for data networks", in Proc. Optical Fiber Communication Conference., Los Angeles, CA, Março 6-10, 2011, pags. 1-3.

[11] K.-P. Ho, Phase-Modulated Optical Communication Systems. New York: Springer, 2005.

[12] S. Walklin e J. Conradi, "Multilevel signaling for increasing the reach of 10 Gb/s lightwave systems", Journal of Lightwave Technology, vol. 17, no. 11, pags. 2235--2248, 1999.

- [13] L. P. Chen and K. Y. Lau, "Regime where zero-bias is the low power solution for digitally modulated laser diodes", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 185--187, 1996.
- [14] B. Inan, S. C. J. Lee, S. Randel, I. Neokosmidis, A. M. J. Koonen, and J. W. Walewski, "Impact of LED nonlinearity on discrete multitone modulation", *Journal of Optical Communications and Networking*, vol. 1, no. 5, pp. 439--451, Oct. 2009.
- [15] C. Kanzow, I. Ferenczi and M. Fukushima, "On the local convergence of semismooth Newton methods for linear and nonlinear second-order cone programs without strict complementarity", *SIAM Journal on Optimization*, vol. 20, no. 1, pp. 297--320, 2009.
- [16] L. W Zhang, J.Go and X.T.Xiao, "A Class of Nonlinear Lagrangians for Nonconvex Second Order Cone Programming", *Comput Optim Appl.*, Springer, vol. 49, no. 1, pp.61-99, May 2011.
- [17] S. Boyd, and L. Vandenberghe, *Convex Optimisation*. Cambridge University Press, 2004.
- [18] M. Grant, and S. Boyd, "CVX: Matlab software for disciplined convex programming", version 1.21. <http://cvxr.com/cvx>, April 2010.
- [19] I. Pólik and T. Terlaky, "Interior Point Methods for Nonlinear Optimization", in *Nonlinear Optimization*, G. Di Pillo, F. Schoen, Eds. Springer, 1st Edition., 2010, ch. 4.
- [20] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, *Sphere Packings, Lattices and Groups*. New York: Springer-Verlag., 3rd ed., pp. 21, 1999.

[21] R.-J. Essiambre, G. Kramer, P. J. Winzer, G. J. Foschini, and B. Goebel, "Capacity limits of optical fiber networks", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, no. 4, pp. 662--701, Feb. 2010.

[22] M. K. Simon, S. M. Hinedi, and W. C. Lindsey, *Digital Communication Techniques: Signal Design and Detection*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.

[23] M. Boko, and R. Dinis, "Designing Good Multi-Dimensional Constellations", *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 1, no. 3, pp. 221-224, 2012.

[24] J. Karout, E. Agrell, and M. Karlsson, "Power efficient subcarrier modulation for intensity modulated channels", *Optics Express*, vol. 18, no. 17, pp. 17 913--17 921, Aug. 2010

Caparica, 1 de Agosto de 2014

## REIVINDICAÇÕES

1. Método de transmissão para sistemas de comunicações ópticas com modulação de intensidade baseado em constelações densas otimizadas energeticamente, para um determinado tamanho de constelação  $M$  e um número de subportadoras  $T$ ; as constelações  $C = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ , com  $s_k \in \mathbb{R}^{2T+1}$ ,  $k=1, \dots, M$ , e em que a constelação  $C$  é um ponto do espaço de sinais  $M = \{(s_1, \dots, s_M) : \|s_i - s_j\|^2 \geq D^2, i \neq j, \text{ e } s_k \in Y\}$  onde

$$Y = \left\{ w \in \mathbb{R}^{2T+1} : w_i \geq \sum_{j=1}^T \sqrt{2(w_{2j-1}^2 + w_{2j}^2)} \right\} \text{ e } w_i \text{ designa a entrada de}$$

ordem  $i$  do vector  $w$ , caracterizado por incluir os seguintes passos:

- Sendo  $s_{(k)} = [s_{1(k)}^T, \dots, s_{M(k)}^T]^T$ , onde  $s_{(k)}$  representa o valor do vector  $s$ , na iteração de ordem  $k$ , é um ponto viável gerado aleatoriamente, um novo ponto  $s_{(k+1)}$  é obtido como solução de

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} \\ & s \in \mathbb{R}^{2M} \quad f(C) \end{aligned}$$

sujeito à condição

$$2s_{(k)}^T E_j s - s_{(k)}^T E_j s_{(k)} \geq 1, 1 \leq j < l \leq M,$$

$$f_j^T E_j s \geq \sqrt{2 \left[ (f_j^T E_j s)^2 + (f_j^T E_j s)^2 \right]}, j=1, \dots, M,$$

onde  $s = [s_1^T, \dots, s_M^T]^T$ ,  $f_j$  representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $I_l$ ,  $E_j = e_j^T \otimes I_l$ ,  $e_j$  representa a coluna  $j$  da matriz identidade  $I_M$ ,  $E_{ij} = E_i^T E_j - E_j^T E_i - E_j^T E_i + E_i^T E_j$  e  $\otimes$  designa o produto de Kronecker;

- Através da linearização das partes concavas das funções de restrição  $-s^T E_j s$ , em torno de  $s_{(k)}$ , continua-se o processo de construção da constelação a realizar a linearização em

torno de  $s_{(j)}$ , e repete-se este procedimento até ser atingida a convergência;

- O método gera uma sequência de pontos viáveis com valores objetivos não crescentes;

- O processo iterativo de construção pára quando  $\|s_{(k)} - s_{(k+1)}\| < \Delta$  para um  $k$ , onde  $\Delta$  é uma constante positiva arbitrariamente pequena, designada parâmetro de paragem.

2. Método de acordo com a reivindicação 1, caracterizado por utilizar novas constelações de 4, 8, 16, 32, 64, 128 e 256 símbolos, otimizadas em termos de potência elétrica média (designadas por  $CEO-\bar{P}_e$ ), a potência ótica média (designadas por  $CEO-\bar{P}_o$ ) e potência ótica de pico (designadas por  $CEO-\hat{P}_o$ ).

Caparica, 3 de Setembro de 2014

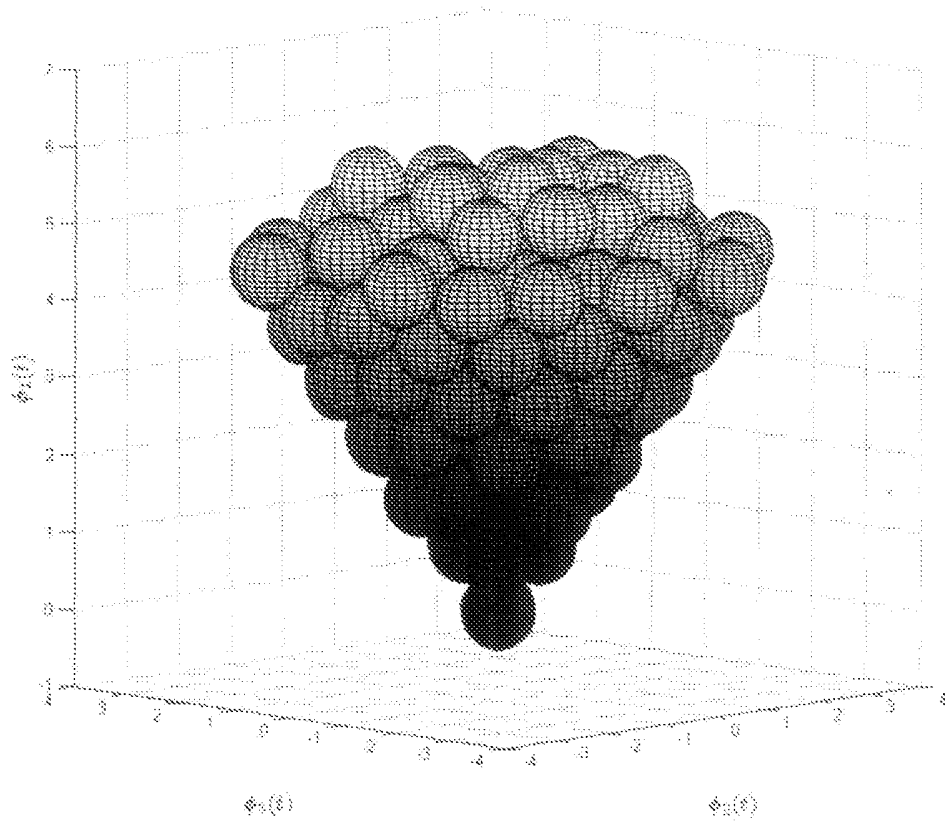


Figura 1.

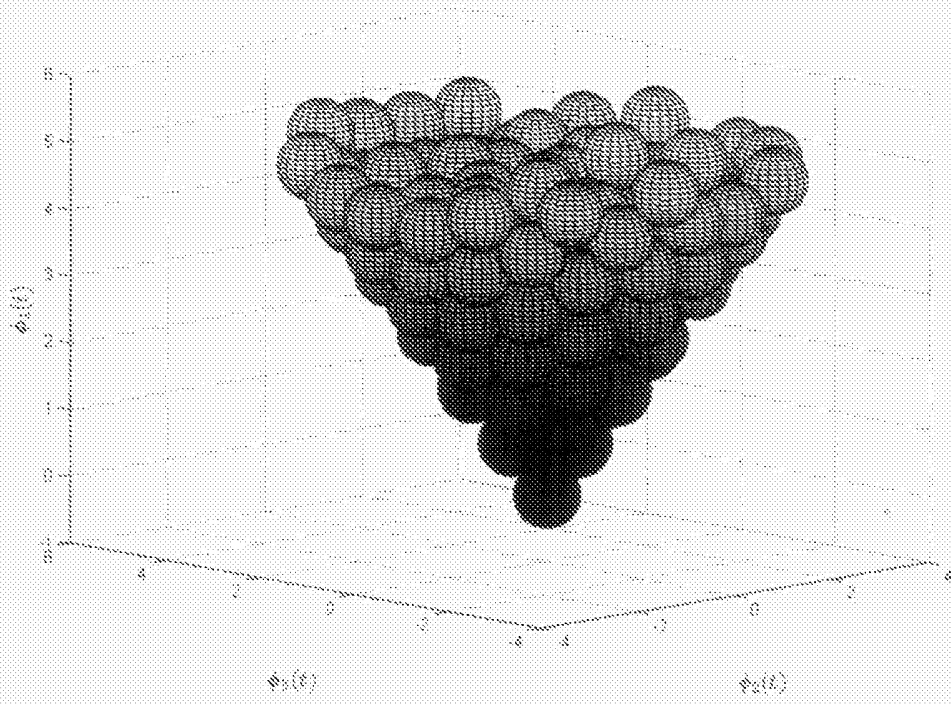


Figure 2



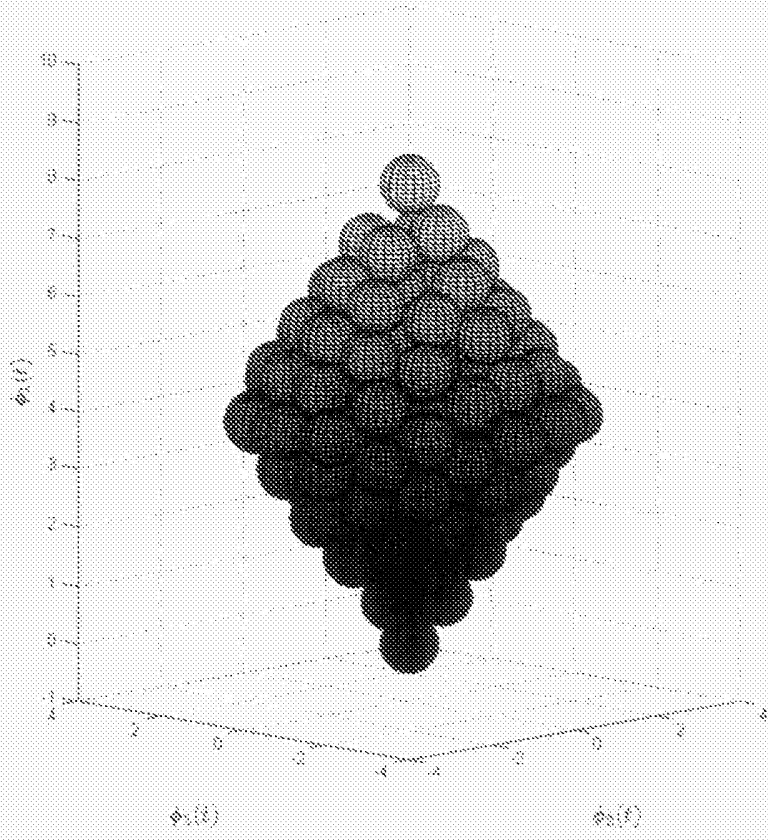


Figura 3

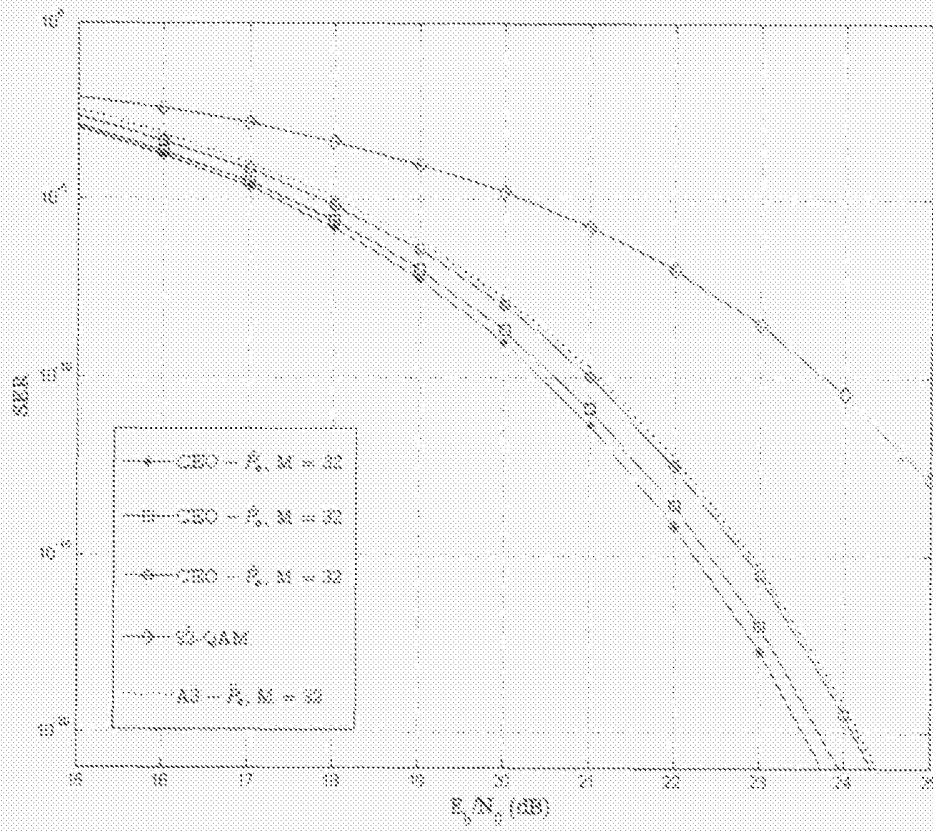


Figura 4

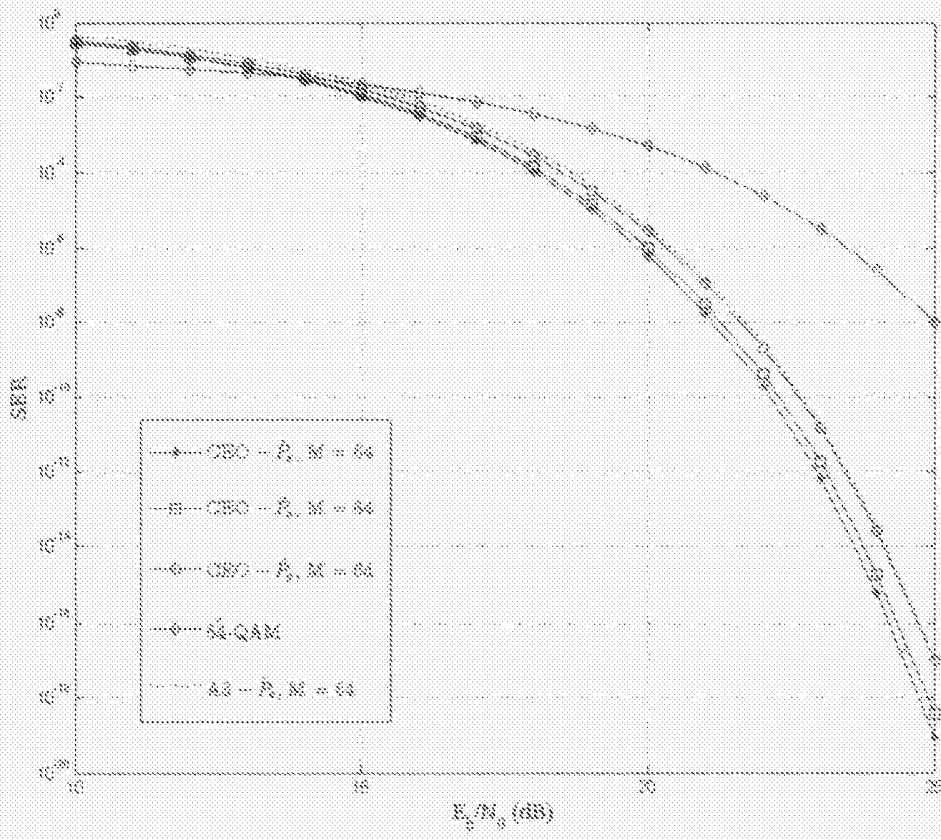


Figura 5

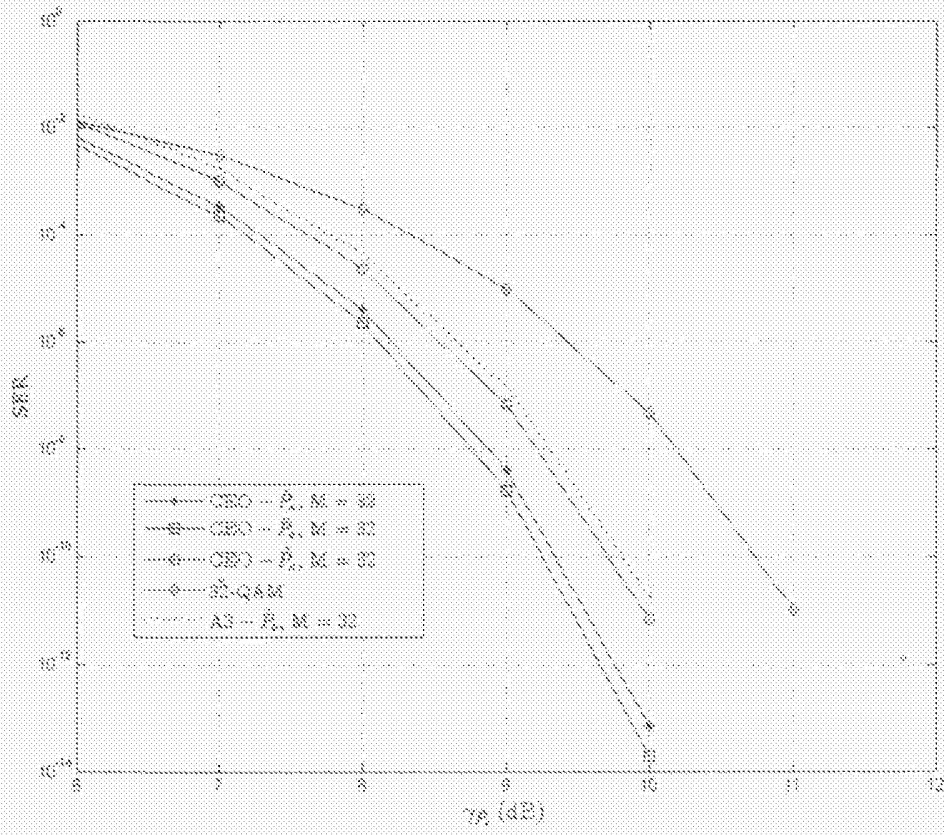


Figura 6

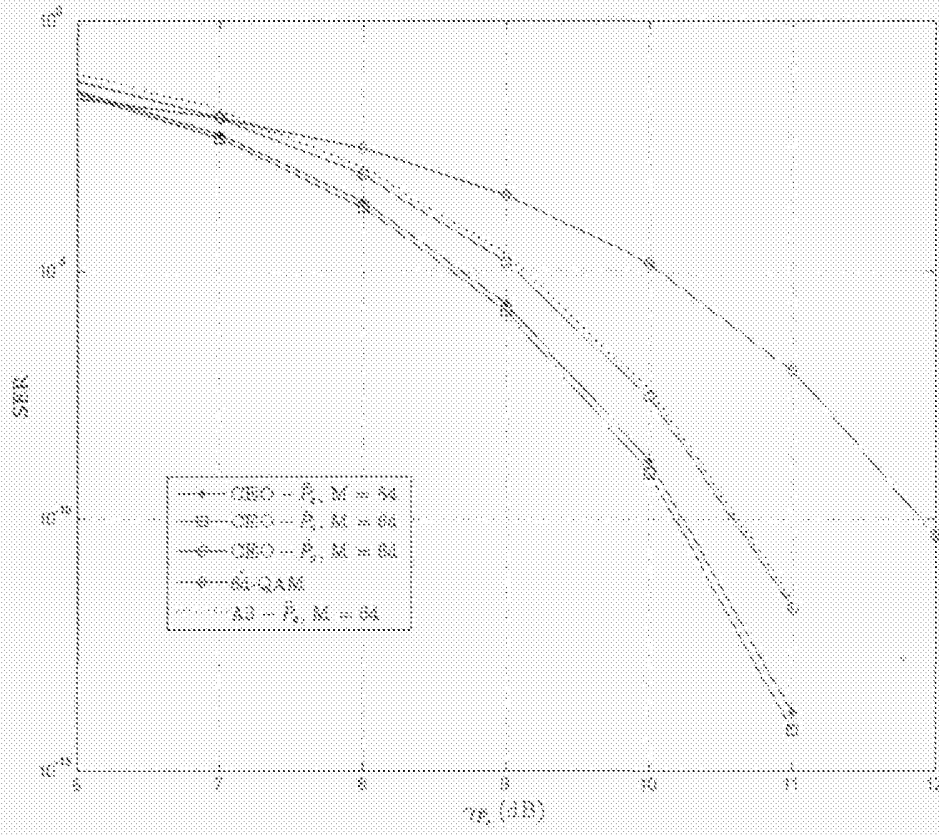


Figura 7

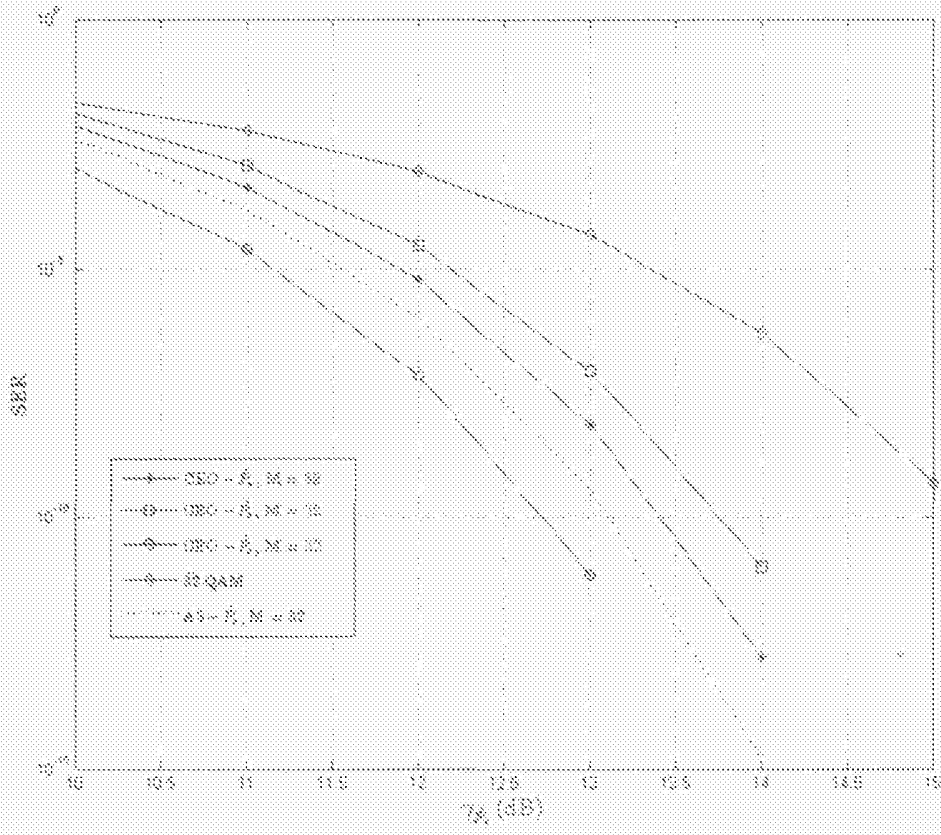


Figura 8

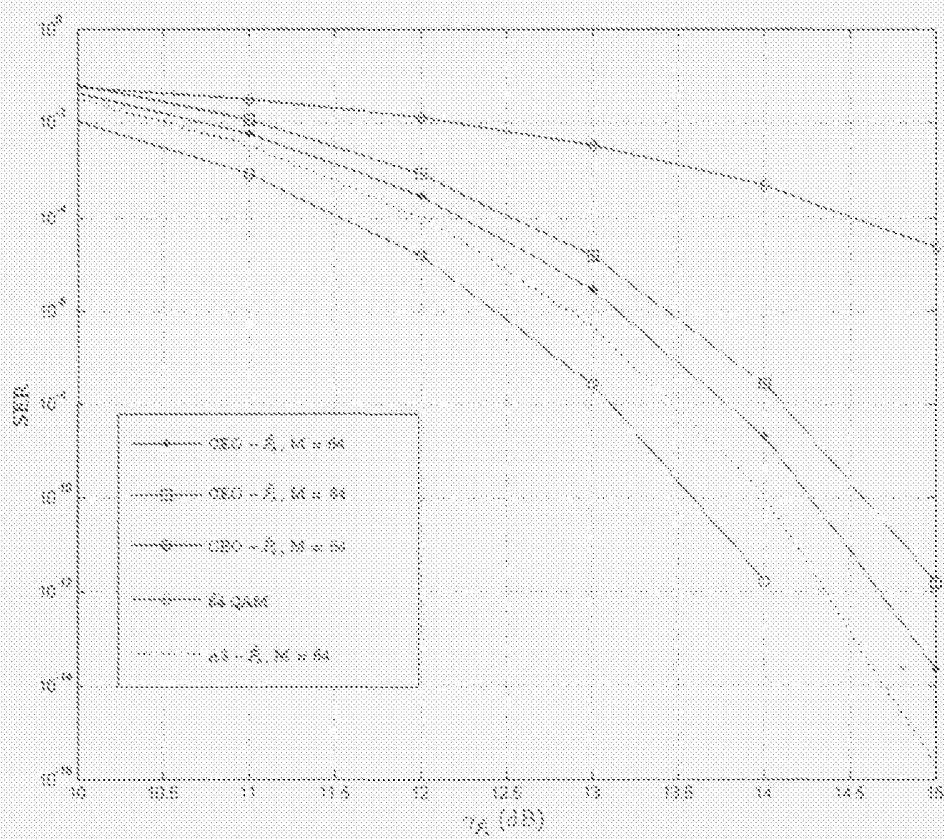


Figura 9

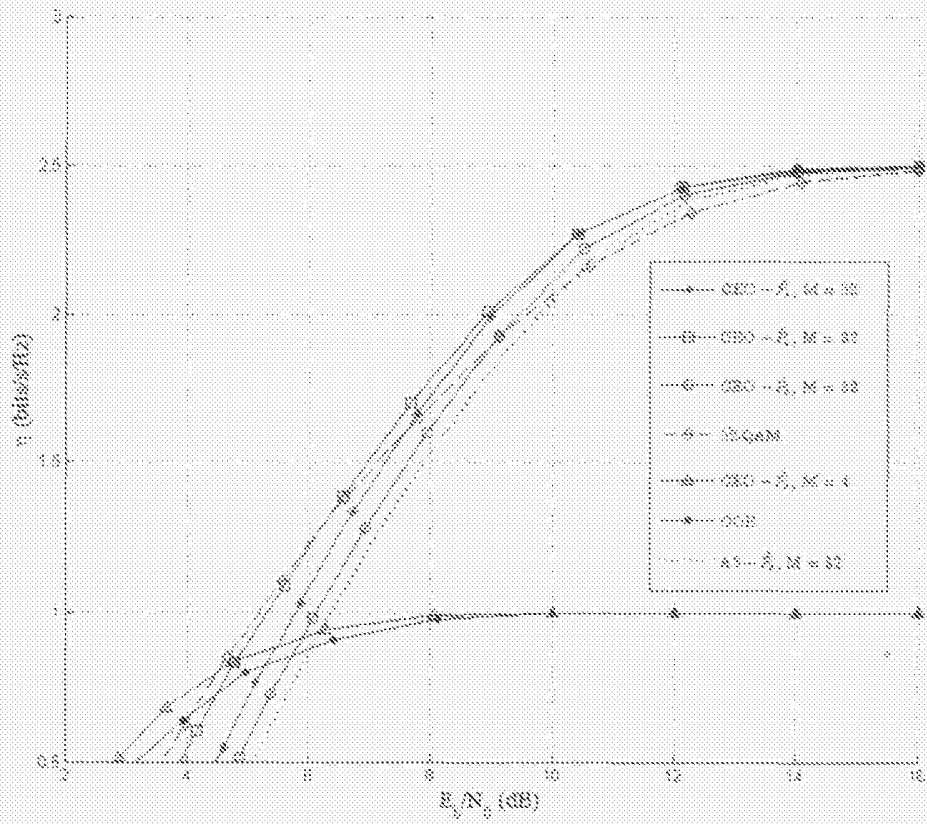


Figure 10



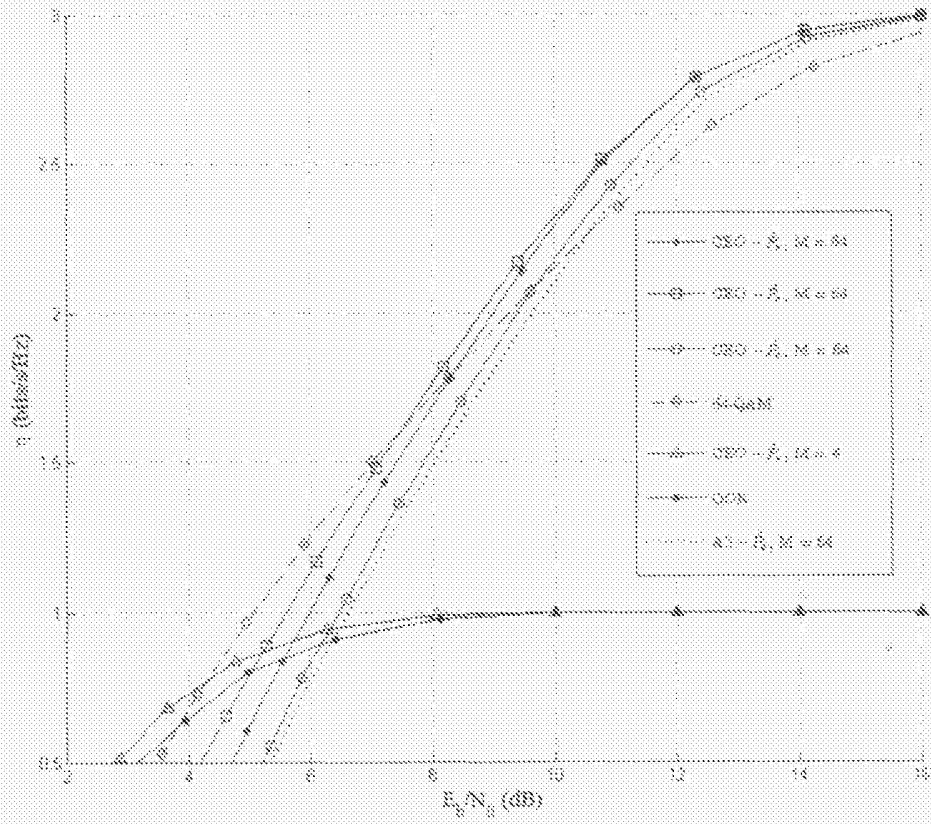


Figura 11

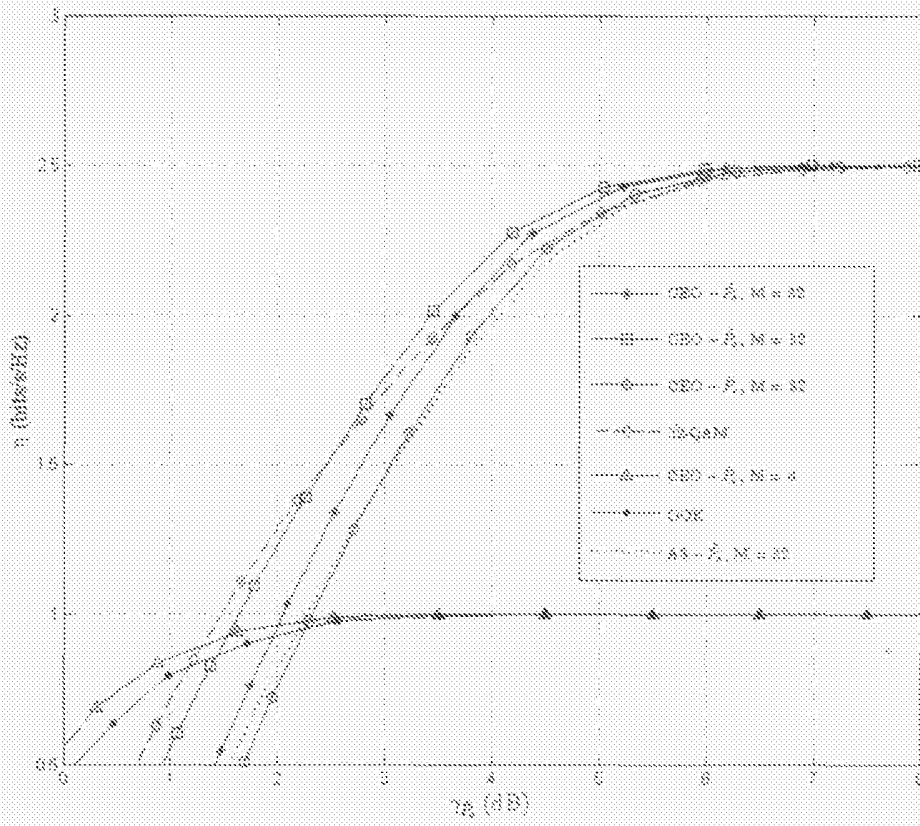


Figura 12

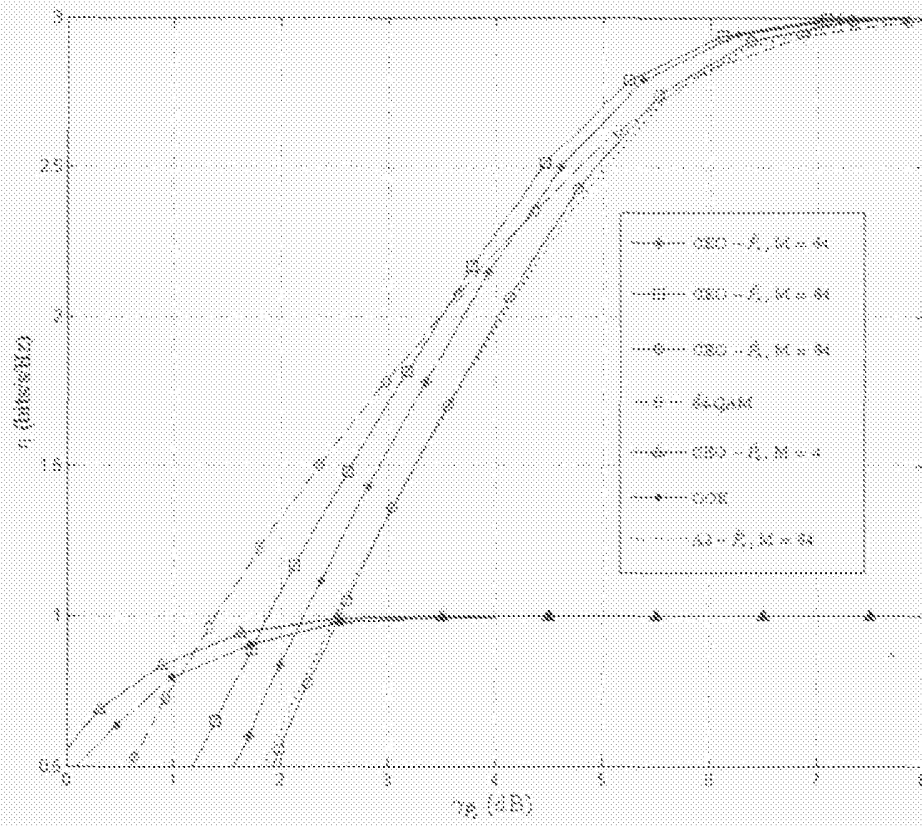


Figura 13

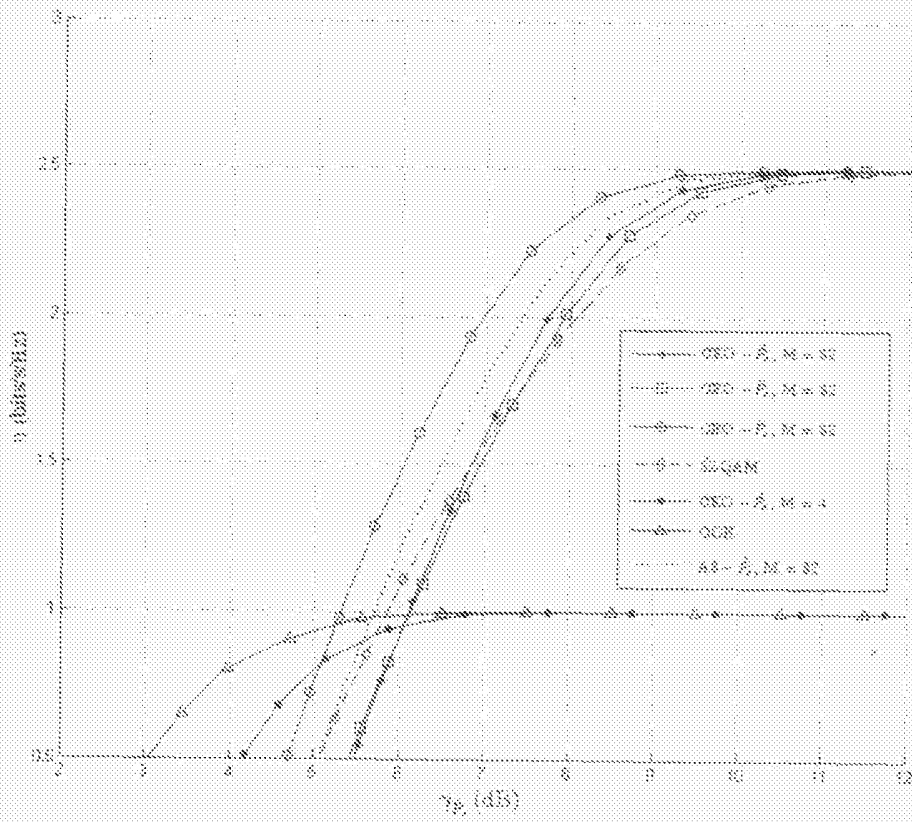


Figure 14

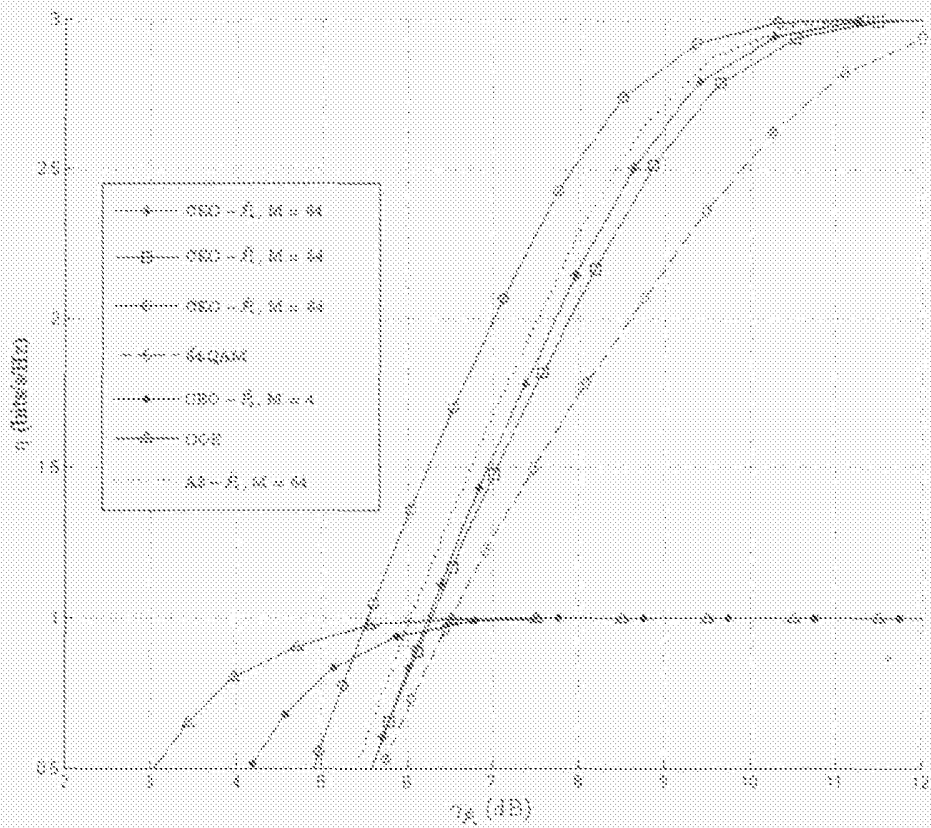


Figura 15