



(12)发明专利

(10)授权公告号 CN 106445103 B

(45)授权公告日 2019.07.30

(21)申请号 201610703499.1

(22)申请日 2009.08.07

(65)同一申请的已公布的文献号
申请公布号 CN 106445103 A

(43)申请公布日 2017.02.22

(30)优先权数据
0818117.4 2008.10.03 GB

(62)分案原申请数据
200980116622.8 2009.08.07

(73)专利权人 NVF技术有限公司
地址 英国剑桥郡

(72)发明人 尼尔·约翰·哈里斯

(74)专利代理机构 中原信达知识产权代理有限
责任公司 11219

代理人 周亚荣 安翔

(51)Int.Cl.
G06F 3/01(2006.01)
G06F 3/043(2006.01)

(56)对比文件
CN 1882904 A,2006.12.20,
CN 1955898 A,2007.05.02,
US 2005078093 A1,2005.04.14,

审查员 王凯凯

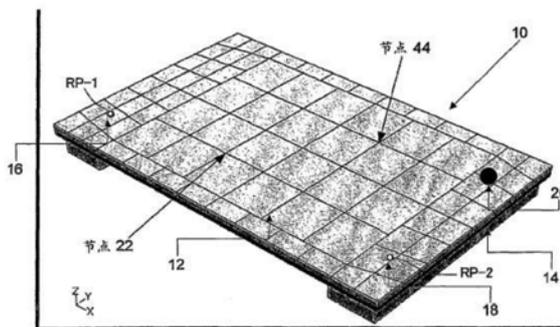
权利要求书2页 说明书17页 附图21页

(54)发明名称

触敏设备

(57)摘要

一种触敏设备,包括:板,能够支持弯曲波;在板上的或形成板的部分表面的用户可访问的触敏屏,该触敏屏具有多个不同的感测区域;多个振动式激励器,其耦合到板,用来将弯曲波提供给板,以响应于触摸感测区域的用户而在多个感测区域提供感触性反馈;以及信号处理装置,其被设置成将信号施加到振动式激励器上,以便通过多个振动式激励器操纵施加到板上的弯曲波;由此,所施加的弯曲波的幅度在用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被减小或被最小化。



1. 一种触敏设备,包括:
能够承受弯曲波的板;以及
用于利用信号操纵被施加到所述板上的弯曲波的装置,使得需要的弯曲波振幅被最大化,以及使得不需要的弯曲波振幅被最小化,其中所述弯曲波在所述板的多个感测区域处提供感触性反馈并且操纵所述弯曲波的所述信号使得由用户触摸的信号感测区域是反节点,而每个其它的感测区域是节点,其中反节点是具有最大速度的点并且节点是在任何激励频率均无速率的点。
2. 根据权利要求1所述的设备,其中,所述板包括触敏屏。
3. 根据权利要求1所述的设备,其中,所述装置包括信号处理装置。
4. 根据权利要求1所述的设备,其中,所述设备包括耦合到所述板以将弯曲波施加到所述板的多个振动式激励器。
5. 根据权利要求4所述的设备,其中,所述多个振动式激励器在所述板周围间隔分开。
6. 根据权利要求4所述的设备,其中,所述多个振动式激励器位于所述板的外围。
7. 根据权利要求4所述的设备,其中,所述装置被设置成控制所述多个振动式激励器中的每个振动式激励器的信号的时序、相位和频率中的至少一个。
8. 根据权利要求4所述的设备,其中,所述弯曲波在所述板的所述多个感测区域提供感触性反馈。
9. 根据权利要求8所述的设备,其中,所述设备包括n个感测区域及n+1个振动式激励器。
10. 根据权利要求8所述的设备,其中,所施加的弯曲波的振幅在用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被减小或最小化。
11. 根据权利要求4至权利要求10中任一项所述的设备,其中,有意使所述板共振,并且其中由所述多个振动式激励器施加的信号导致所述板共振。
12. 根据权利要求4至权利要求10中任一项所述的设备,其中,所述装置将信号施加于所述多个振动式激励器以便同时将感触性反馈提供给所述多个感测区域,并最小化这些感测区域之间的串扰。
13. 一种用于操作设备的方法,包括:
利用信号操纵被施加到所述设备的板上的弯曲波,其中,所述板能够承受弯曲波,使得需要的弯曲波振幅被最大化,以及使得不需要的弯曲波振幅被最小化,其中所述弯曲波在所述板的多个感测区域处提供感触性反馈并且操纵所述弯曲波的所述信号使得由用户触摸的信号感测区域是反节点,而每个其它的感测区域是节点,其中反节点是具有最大速度的点并且节点是在任何激励频率均无速率的点。
14. 一种具有嵌入在其上的指令的非暂时性计算机可读存储介质,所述指令在被执行时使得一个或多个处理器执行如权利要求13所述的方法。
15. 一种触敏设备,包括:
能够承受弯曲波的板;
设置在所板上或形成所述板的部分表面的用户可访问的触敏屏,所述触敏屏具有多个感测区域;
耦合于所述板,用于将弯曲波施加到所述板,以响应于用户对某一感测区域的触摸而

在所述多个感测区域提供触觉反馈的多个振动式激励器;以及

信号处理装置,其被设置成将信号施加到多个振动式激励器上,以便通过多个振动式激励器操纵施加到板上的弯曲波,由此,所施加的弯曲波的幅度在用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被减小或被最小化,其中所述弯曲波在所述板的所述多个感测区域处提供感触性反馈并且操纵所述弯曲波的所述信号使得由所述用户触摸的信号感测区域是反节点,而每个其它的感测区域是节点,其中反节点是具有最大速度的点并且节点是在任何激励频率均无速率的点。

16. 一种用于操作如权利要求15所述的触敏设备的方法,包括如下步骤:

对触敏屏的被用户触摸的感测区域进行感测;以及

处理并将信号施加到多个振动式激励器以对所述板内的弯曲波进行操纵,由此使得振动幅度在被用户触摸的感测区域被最大化,而其它感测区域被减小或被最小化。

17. 一种用于在触敏设备上提供同时双区域触觉的方法,所述触敏设备包括衬垫、安装在衬垫上的触敏屏、用于检测触敏屏上的触摸信号的一个或多个传感器、处理器、以及设置在所述触敏屏中产生信号的第一振动式激励器及第二振动式激励器,其中,所述方法包括如下步骤:

当所述触敏屏上的第一触摸点和第二触摸点被同时接触时,通过所述一个或多个传感器检测所述触敏屏上产生的信号,将该信号馈送至所述处理器,由所述处理器确定待施加到第一振动式激励器及第二振动式激励器的信号,并保证施加到所述第一振动式激励器及所述第二振动式激励器的信号的转移函数在所述第一触摸点产生节点并在所述第二触摸点产生需要的触觉信号,以及在所述第二触摸点产生节点并在所述第一触摸点产生需要的触觉信号,通过线性叠加,使得每个触摸点仅接收该触摸点的触觉信号;其中,这些转移函数还用于提供合适的触觉信号,并且节点为在任何激励频率下没有速率的点。

触敏设备

[0001] 本申请是申请日为2009年8月7日,申请号为200980116622.8的发明专利申请的分案申请,在此通过引用将原母案申请全部内容结合到本申请中。

技术领域

[0002] 本发明涉及包括触敏屏或触敏板的触敏设备。

背景技术

[0003] US 4,885,565、US 5,638,060、US 5,977,867、US 2002/0075135描述了在触摸时具有对用户的感触性反馈的触摸操作装置。在US 4,885,565中,提供一种执行器(actuator),当该执行器被激励以提供感触性反馈时将动作告知CRT。在US 5,638,060中,电压被施加到形成开关的压电元件,用以对该元件进行振动来将反作用力应用到用户的手指。在US 5,977,867中,当手指或指示器对触摸屏进行触摸时,感触性反馈单元产生由用户感知的机械振动。对机械振动的幅度、振动频率和脉长进行控制,脉宽长到足以被探知,而短到足以在下次关键触摸之前终结。US 2002/0075135描述了使用二次变换器以瞬时尖峰的形式提供脉冲来模拟按钮点击。

[0004] 在上述每个现有技术的文献中,响应于用户手指或指示器件的离散式触摸来提供感触性反馈。

发明内容

[0005] 根据本发明,提供一种触敏设备,包括:板,能够支持弯曲波;在板上或形成板的部分表面的用户可访问的触敏屏,该触敏屏具有多个不同的感测区域;多个振动式激励器,其耦合到板,用来将弯曲波提供给板,以响应于触摸感测区域的用户而在多个感测区域提供感触性反馈;以及信号处理装置,其被设置成将信号施加到振动式激励器上,使得能够对通过多个振动式激励器施加到板上的弯曲波进行操纵,由此,所施加的弯曲波的幅度在由用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被减小或最小化。

[0006] 作为信号处理装置的结果,存在需要的信号(在一个感测区域的最大化的振动)以及不需要的信号(在其它感测区域的最小化的振动)。这两种信号的比率可以被描述成“信噪比”或“SNR”。其通常以dB表示,并且大值比小值更好。

[0007] 通过操纵振动,可以保证每个感测区域或位置首先接收到用于该位置的触觉信号,即使当这些位置同时被接触时也是这样。板上的其它任何地方将经历这些信号的组合,但是这并不重要。对于两个感测区域,该特征可以称为同时双区域触觉,这是因为两个同时的触觉反馈在空间分离的位置被提供。这可以扩展到多个信号和多个区域,以提供同时多区域触觉。

[0008] 作为提供同时多区域触觉的替选方法或除了提供同时多区域触觉之外,信号处理装置可以被设置成施加具有小的或最小的声音分量的弯曲波。希望可以保证提供给每个位置的触觉信号是无声的。

[0009] 可以有意图使板共振,其中由振动式激励器施加的信号导致板共振。例如,板可以是国际专利申请W097/09842(其通过引用合并于此)中描述的共振弯曲波模式板。

[0010] 板还可以是扩音器,其中,另一个振动式激励器激起产生声音输出的振动。

[0011] 振动式激励器可以是移动线圈式变换器和/或压电弯曲变换器,例如在 W001/54450(其通过引用合并于此)中描述的包括共振元件的设备。该激励器可以是/ 可以不是惯性的。

[0012] 信号操纵可以使得由用户触摸的信号感测区域成为反节点的(antinodal),而每个其它的信号感测区域成为节点的。节点是在任何激励频率均无速率的点,反节点具有最大速率。

[0013] 设备可以包括 n 个信号感测区域和 n 个以上(例如 $n+1$)的振动式激励器。这样,所施加的弯曲波的幅度在由用户触摸的感测区域被最大化成最大可能的幅度,而在每个其它感测区域大约为零。换句话说,可以实现 n 个节点响应。在本文中,“无声”的条件可以被认为是等同于在轴上产生节点压力。为了实现无声双区域触觉反馈,需要建立节点(比如在另一个感测区域)以及在轴上建立零压力。

[0014] 可替代地,可以存在 n 个信号感测区域以及 n 个或 n 个以下的振动式激励器。在这种设置中,仍然可以提供“最低能量”解,由此所施加的弯曲波的幅度在由用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被最小化。但是,最大幅度可能小于利用 $n+1$ 个振动式激励器实现的最大可能的幅度,以及/或者最小值可能显著大于零。这种解可以尽力等同地实现所有希望的节点响应,或者实现比其它节点响应更好的节点响应。换句话说,同时解决MR和无声触觉可能同时减小压力和速率响应,但是不会一直减小到零。为了实现精确解,需要大于 n 个的其它多个振动式激励器。

[0015] 利用更多数量的振动式激励器,例如,大于 $n+1$ 个,可以引入附加节点以改进触觉响应。还可以通过激励多极发射来更进一步地减小声音输出。

[0016] 附加节点的引入使得非移动区域可以扩展超出沿“节点线”选择的点。这些节点线的方向与形状依赖于频率,在系统的每种模式下改变形状。可以观察节点组,以便减少沿着线的动作。如果该线是部分频率范围上的自然节点线,则与用于任意线相比,该方法更有可能成功。节点线可以被操纵成远离自然对称线。

[0017] 对于一般的“ m ”输入(即要被施加到 m 个振动式激励器的信号)、“ n ”输出(即 n 个感测区域或 $n-1$ 个感测区域以及希望无声触觉)的问题,用于找到最佳的 m 个输入的算法存在两种理论变化。它们可以被称为并行“同时”特征值法和串行“一次一个”特征值法。对于存在两个振动式激励器和一个无声感测区域或两个感测区域的特定情况,“tan theta”算法可以用于限定要被施加于激励器的信号。

[0018] 信号处理装置可以将信号施加到振动式激励器,使得在多个感测区域同时提供感触性反馈。

[0019] 根据本发明的另一方面,提供一种用于操作如前所述的触敏设备的方法,包括以下步骤:对由用户触摸的屏的区域进行感测,处理信号并将该信号施加到多个振动式激励器,用以在板中操纵弯曲波,由此,振动的幅度在由用户触摸的感测区域被最大化,而在每个其它感测区域被减小或最小化。

[0020] 可以处理施加到振动式激励器的信号,使得同时将感触性反馈提供给多个感测

区域,并减小或最小化感测区域之间的串扰。

[0021] 可以对屏上的接触进行检测和/或跟踪,如在本申请人的国际专利申请WO 01/48684、WO 03/005292和/或WO 04/053781中所描述的那样。这些国际专利申请通过引用合并于此。

[0022] 可替代地,其它已知方法可以用于接收和记录或感测这种接触。

[0023] 本发明还提供用于实现上述方法的处理器控制代码,该代码具体位于数据载体如磁盘、CD-ROM或DVD-ROM、程序存储器如只读存储器(固件)上,或者位于数据载体如光信号载体或电信号载体上。用于实现本发明的实施例的代码(和/或数据)可以包括传统编程语言(注释或编译)如C中的源代码、目的代码或可执行代码,或者汇编代码,用于建立或控制ASIC(专用集成电路)或FPGA(现场可编程门阵列)的代码,或者用于硬件描述语言如Verilog(商标)或VHDL(超高速集成电路硬件描述语言)的代码。技术人员可以理解的是,这种代码和/或数据可以分布在彼此通信的多个耦合部件之间。

附图说明

[0024] 在附图中通过示例的方式对本发明进行图解式说明,其中:

[0025] 图1a是触敏屏的平面图;

[0026] 图1b是图1a的屏的FE模型,其示出了内部和外部的声音效果;

[0027] 图2a是示出了在节点22针对施加到两个位置处的标称1N的输入的跨导纳(dB)与频率的关系的图;

[0028] 图2b是示出了在节点44针对施加到两个位置处的标称1N的输入的跨导纳(dB)与频率的关系的图;

[0029] 图2c是示出了在轴上10cm处针对施加到两个位置的标称1N的输入的声压电平(dB)与频率的关系的图;

[0030] 图3a是对在分离位置的两个触觉信号的说明;

[0031] 图3b是设备组件的框图;

[0032] 图4a是示出了用于实现双区域触觉的每个激励器的输入谱的图;

[0033] 图4b是示出了用于优化无声双区域触觉的每个激励器的输入谱的图;

[0034] 图5a是示出了针对图4a和4b的速率和压力的剩余响应(声压电平)与频率的关系的图;

[0035] 图5b是绘出了针对图4a的输入在触摸屏的两点处得到的速率的图;

[0036] 图5c是绘出了针对图4a和4b的输入的信噪比(SNR)与频率的关系的图;

[0037] 图6是可替代的触敏设备;

[0038] 图7a是第三信号在屏上的一点和轴上10cm处的声压(dB)和频率的关系的图;

[0039] 图7b是示出了用于无声双区域触觉的每个激励器的输入谱的图;

[0040] 图7c针对图4b和图7b的输入谱的SNR和频率的关系进行了比较;

[0041] 图8a绘出了使用两点最小化机制实现的触敏屏上的两点处的速率的同时减小;

[0042] 图8b示出了触摸屏上的节点线的三个采样点;

[0043] 图8c绘出了在分别使用两个输入和三个输入的情况下图8b的屏的信噪比和频率的关系,其具有针对三个节点优化的结果;

- [0044] 图8d绘出了在分别使用两个输入和三个输入的情况下图8b的屏的信噪比和频率的关系,其具有针对七个节点优化的结果;
- [0045] 图9a示出了在非对称系统中每个通道的轴向声压电平与频率的关系;
- [0046] 图9b示出了具有归一化输入电平的组合通道和优化通道的均方根平均的声压电平和频率的关系;
- [0047] 图9c示出了图9b中所示的信号的信噪比;
- [0048] 图10a是并行求解器的框图;
- [0049] 图10b是递归求解器的框图;以及
- [0050] 图10c对图10a和图10b的解的速率降低性能进行了比较。

具体实施方式

[0051] 图1a示出了触敏设备10的模型,其包括安装在衬垫14上的触敏屏12。DMA形式的两个振动式激励器16、18被设置成在屏中产生信号。一个或多个传感器(未示出)用于检测手写笔在屏上的触摸或移动。如图1b所示,外部空气被清晰地模拟为10cm,但暗示为至无穷大。

[0052] 为了模仿系统,由点源和频率相关力来粗略模拟两个激励器中的每个。板本身以及DMA的放置在一个轴或另一个轴是非对称的。作为第一步,将力独立地施加到驱动点RP-1(由第一激励器16来驱动)和RP-2(由第二激励器18来驱动)。计算系统中全部点处的响应。

[0053] 图2a示出了在外表面上的特定输出节点(节点22)处针对每个输入的速率响应(跨导纳)与频率的关系。图1a中所示的围绕节点22的方框限定了第一感测区域。dB刻度是相对于 1m/s/N 而言的。在大约 $350\sim 400\text{Hz}$ 以下,来自每个输入的响应非常接近,但是在更高的频率处,它们是分开的。图2b示出了在外表面上的第二输出节点(节点44)处针对每个输入的速率响应(跨导纳)与频率的关系。图1a中所示的围绕节点44的方框限定了第二感测区域。在该节点处的响应与节点22处的响应具有相似特征,但是细节上有所不同。图2c示出了在轴上10cm处针对每个输入的声压电平与频率的关系。在每个附图中,信号的实部以实线示出,虚部以虚线示出。

[0054] 触觉信号向触敏屏的用户提供感触性反馈。用户可以触摸到屏上的一个以上的位置,即使在这些位置被同时接触时,也希望每个位置仅接收该位置的触觉信号。如图3a所示,这可以通过以下方式来实现:在点A和B被同时接触时,保证施加到第一和第二激励器16、18的信号的转移函数在A产生节点并在点B产生需要的触觉信号,以及在点B产生节点并在点A产生需要的触觉信号。换句话说,对于每个触摸点,获得需要在另一个触摸点产生节点的转移函数,并且这些转移函数还用于提供合适的触觉信号。节点是在任何激励频率处没有速率的点。

[0055] 图3b是示出了系统的关键处理元件的框图。触摸屏12上的接触由一个或多个传感器17来检测,来自传感器17的输出被馈送给处理器20。处理器确定待施加到激励器16、18的信号(如下文中更加详细地解释的那样)。使用信号发生器22将这些信号施加到激励器。可以理解,虽然信号发生器和处理器被显示成分离的实体,但是处理器的功能可以被合并到信号发生器的功能中。激励器16、18将弯曲波振动施加到触摸屏。

[0056] 如图3a所示,通过线性叠加,每个触摸点仅接收其需要的触觉信号。板上的其它任何地方将经历这些信号的组合,但是这并不重要。该特征被称为同时双区域触觉,这是因为两个同时的触觉反馈在空间分离的位置被提供。这可以扩展到多个信号和多个区域,以提供同时多区域触觉。

[0057] 作为提供同时双区域触觉的替选方法或除了提供同时双区域触觉之外,可以保证提供给每个位置的触觉信号是无声的。在本义中,“无声”的条件可以被认为是等同于在轴上产生节点压力。为了实现无声双区域触觉反馈,需要(比如节点22)建立节点和在轴上建立零压力。如图2b和2c所示,问题由于两个输出在行为和幅度上非常不同而变得复杂,所以需要响应进行一定比例的缩放。

[0058] 在JWS Rayleigh的“The Theory of Sound”中(见,卷2),Rayleigh教导了涉及速率和压力的比例因数。总之,他的第一积分定理阐述了与区域A的遮挡源距离为r的、以平均加速度移动的压力由以下给出:

$$[0059] \quad p = \frac{\rho_0}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \langle a \rangle \cdot A$$

$$[0060] \quad \text{其中} \langle a \rangle = j \cdot \omega \cdot \langle v \rangle = \frac{1}{A} \cdot \iint a \cdot dA$$

[0061] $\rho_0 = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ 是空气密度。

[0062] 对于活塞,其动作是匀速的且=a。对于简支板,其平均值涉及到峰值, $\langle a \rangle = (2/\pi)^2$ 。因此,速率的合适的默认比例值为:

$$[0063] \quad s(f) = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \rho_0 \cdot \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \right)^2$$

[0064] 因此,需要的比例是频率、板的区域和测量距离的函数。使用该比例,形成了组合的误差测量:

$$[0065] \quad M = s(f) \cdot M1 + M2$$

[0066] 其中,M1和M2分别是速度和压力的单独的误差测量。

[0067] 通过改变s(f),可以改变应用到速率或声音最小化问题的相对权重。如果s=0,无声触觉行为被最优化;如果s=无穷大,则多区域行为被最优化。

[0068] 一般而言,如果需要n个节点的响应,则需要n+1个输入通道(这有助于将“无声”的条件考虑为等同于在轴上产生节点压力)。换句话说,为了实现无声反馈和双区域触觉反馈,存在两个节点的响应(一个在板上,另一个在轴上10cm处),因此需要3个输入通道。但是,在图1a的模型中,仅有两个输入通道。因此,仅利用这两个输入通道可能不能准确实现无声同时双区域触觉反馈,还需要另一个输入通道。但是,在该情况下,如果存在少于n+1的输入通道,也可以提供“最低能量”解,其能够尽量平等地实现所有希望的节点响应,或者实现比其它方案更好的一些节点响应。该方法包括计算会产生希望效果的每个输入的转移函数。

[0069] 图4a示出了施加到每个激励器16、18以使得节点22保持平稳(即,产生节点)进而解决双触觉问题的输入信号谱。在子模态(sub-modal)范围中,产生这些频谱的函数可以近似为常数,或者缓慢改变的频谱。在更宽的频带上,使用有源滤波器部件就足够了,例

如,用于为常数的通道1的平和(在500Hz处为3dB)峰化EQ,以及用于通道2以在400Hz和700Hz之间将增益从+0.7改变到-0.7的变相器。图4b示出了施加到每个激励器16、18以优化解决无声双触觉问题的解的输入信号谱。这些结果通过下文所述的“tan theta”方法或“scaled eigenvector”方法来获得。

[0070] 图5a示出了解决无声触觉问题在轴上给出零压力,但在节点22遗留了剩余速率。相反,解决多区域(MR)触觉问题在节点22处给出了零速率,但在轴上遗留了剩余压力。图4b的组合优化导致在与无声触觉优化比较时速率总体上的减小。类似地,图4b的组合优化导致在与双区域或多区域触觉优化比较时压力总体上的减小。速率上的改进集中在更低的频率,而压力上的改进集中在更高的频率。这些改进的平衡通过改变比例因数 $s(f)$ 来改变。

[0071] 双区域(MR)效果的有效性被测量为节点44(信号)和节点22(噪声)之间的信噪比(SNR)。对于MR优化,其为无穷大。图5b示出了无噪声触觉优化的结果和组合优化的结果。组合优化提高了450Hz以下频率的SNR。

[0072] 任何优化(包括MR优化)的准确性通过提供给FE程序及其本身的处理的数据的数值精确性来设置。如图5c中所示,利用精确到小数点后第6位的系数,可以实现节点22和44之间120dB的分离。因此,提出的信号对节点44的输出最大化,而对节点22的输出最小化。

[0073] 通过使用图3中所示的线性叠加,从具有节点22处的无噪声区到具有节点22和44处的存在不同信号(即不同反馈信号)的两个区是平常的步骤。如果可以产生单独的节点,则也可以实现同时双区域触觉。也就是说,可以处理位于空间分离的位置的两个同时的触觉反馈。第一触摸不需要特殊处理-使用两个通道来保持声音输出尽可能低。关于第二触摸,需要进行以下操作。对于每个触摸点,获得需要在另一个触摸点处产生节点的转移函数,并且这些转移函数还用于提供合适的触觉信号。通过线性叠加,每个触摸点仅接收其需要的触觉信号。板上的其它任何地方将经历这些信号的组合,但这并不重要。

[0074] 如上所示,同时解决MR和无声触觉将减小压力和速率响应,但是不会一直减小到零。为了实现精确解需要另一个输入通道。图6示出了图1a中的系统的变化,其具有三个输入。输入的数量超过输出的数量,因此存在对于无声双区域触觉优化的精确解。在这种情况下,轴上压力为零,节点22处的速率也为零。提供信号RP-3的第三激励器20被添加到与第二激励器18横向对称的位置。

[0075] 图7a示出了在节点22处以及轴上10cm处的信号RP-3的以刻度表示的声压电平与频率的关系。需要用于求解无声、多区域触觉问题的三个输入谱的实部(实线)和虚部(虚线)在图7b中示出。

[0076] 因为节点22处的速率等于零,所以由该解提供的对应于MR触觉的SNR在理论上为无穷大。因为即使轴上压力为零,仍然存在声音的发射,所以难以估计无声触觉部分的有效性。或许最好的方式是对来自于该解的发射功率与来自于最大声音解的发射功率(通过从仅有声音的误差矩阵选择最大特征值来发现)进行比较。对该比较的估计结果在图7c中示出,图7c还示出了针对以上描述的双输入组合优化的声音SNR。

[0077] 利用更多的输入,可以引入附加节点以改进触觉响应。还可以通过激励多极发射来更进一步地减小声音输出。

[0078] 附加节点的引入使得非移动区域能够扩展超出沿“节点线”选择的点。这些节点

线的方向与形状依赖于频率,在系统的每种模式下改变形状。为了规则化保持平稳的区域,需要使用一个以上的样本点。在这种情况下,取消不是结束。例如,使用节点22和44作为目标,可以使用以下描述的方法(例如,tan theta法)来实现最大和最小总响应之间至少10dB的分离。这在图8a中示出。

[0079] 使用用于建立单个节点的相同分析,可以观察节点组以便减小沿线的动作。如果该线是部分频率范围上的自然节点线,则与用于任意线相比,该方法更有可能成功。仅利用两个通道,对扩展的区域提供控制更加困难。为此,优选地需要四个或更多的通道。

[0080] 图8b示出了用于在先前描述的触摸屏上的节点线的三个示例性采样点。这三个点之间可以存在一定的差别。在低频处,该线跟随由图4a的频谱驱动的图1a中的触摸屏的200Hz时的节点线。以下描述的方法针对两个激励器16、18产生两组输入,其导致三个节点的最小速率或者三个节点的最大速率。这两者的比率可以被认为是“信噪比”,更大的值代表更高的成功度。图8c中绘出了该比率(SNR)与频率的关系。该结果不是针对单个节点的结果,但是它是合理的结果。节点线被引导离开自然对称线。

[0081] 如先前所描述的,利用另外的输入,可以改进触觉响应。因此,采用另外的输入来帮助最小化图8b中所示的节点组的速率(在这种情况下不考虑声音响应)。图8c中还绘出了三个输入的SNR。通过使用另外的输入而获得的SNR有明显改进。在整个频率范围上SNR的典型改进为10dB。

[0082] 对于不同的节点组重复该过程。这时,该组由上述直接通过节点22横跨板的七个节点形成。如图8d所示,与利用两个输入相比,利用三个输入可以获得更好的结果。

[0083] 对于任何多区域系统,存在多个输入和多个测量点。最简单的情况是两个输入和一个目标位置,但是如上所述,问题可能更加复杂,包括更多的输入和扩展的目标区域。以下描述了解决简单和更复杂问题的各种方法:

[0084] 简单的最小化问题以及通过“tan theta”方法获得的解

[0085] 考虑具有两个输入和一个输出的系统。由P1表示从输入1(例如图1a中的第一激励器16)到输出的转移函数,由P2表示从输入2(例如图1a中的第二激励器18)到输出的转移函数。于是,对于输入信号a和-b,输出信号谱T由以下给出:

$$[0086] \quad T = a \cdot P1 - b \cdot P2$$

[0087] 其中a、b、P1、P2和T均是频率的复数函数。

[0088] 待解决的问题是针对所有频率来最小化T。对于该问题没有唯一的解,但是通过观察显然a和b应该相关;具体为:

$$[0089] \quad b = a \cdot P1 / P2, \text{ or } a = b \cdot P2 / P1$$

[0090] 使用这些比率通常不是好主意,因为P1或P2可能包含零。一种简单的解是设置a=P2以及b=P1。还有一种通常的做法是将该解归一化为单位能量,即 $|a|^2 + |b|^2 = 1$ 。因为P1和P2一般为复数量,所以绝对值是重要的。这样,通过以下设置来对T进行最小化:

$$[0091] \quad a = \frac{P2}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}, b = \frac{P1}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}$$

[0092] 顺便说一下,通过以下设置将T最大化为1:

$$[0093] \quad a = \frac{\overline{P1}}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}, b = -\frac{\overline{P2}}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}$$

[0094] 如果P1或P2被测定为远离输入,如通常在声学中的情况那样,则转移函数将包括延时形式的剩余相位。因此,a和b的这些值可能不是最佳选择。如果设置 $a = \cos(\theta)$ 而 $b = \sin(\theta)$,则 $\tan(\theta) = P1/P2$ 。该解可以被描述成“tan theta”解,其产生具有非常少的剩余相位的a和b。清楚的是,由于三角恒等式,所以 $a^2 + b^2 = 1$,但是因为 θ 通常是复数, $|a|^2 + |b|^2 \neq 1$,所以需要归一化。

[0095] 在该简单示例中,通过观察解决了最小化问题。由于这通常是不可能的,所以有利的是具有一种找到解的系统方法。

[0096] 变分法

[0097] 能量函数的最小化是利用数学进行的物理建模的许多分支中的关键过程,并且例如形成有限元分析的基础。手边的任务是确定产生对于函数的平稳值的参数值(即,找到节点、线或压力)。该过程的第一步是形成能量函数。对于我们的示例,可以使用T的平方模,即, $E = |T|^2 = |a \cdot P1 - b \cdot P2|^2$ 。平稳值在E的最大值和最小值处产生。

$$[0098] \quad E = (a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{(a \cdot P1 - b \cdot P2)}$$

[0099] 对a和b的值存在约束,即它们不能均为零。该约束可以使用用于修改能量方程的所谓的“拉格朗日乘子”来表示,这样

$$[0100] \quad E = (a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{(a \cdot P1 - b \cdot P2)} + \lambda \cdot (\overline{a} \cdot a + \overline{b} \cdot b - 1)$$

[0101] 在这些类型的问题中,通常将每个变量的共轭复数考虑成独立的变量。我们将根据这样的做法,关于每个共轭变量来依次区分E,这样:

$$[0102] \quad \frac{\partial E}{\partial a} = (a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{P1} + \lambda \cdot a \dots (1) \quad \frac{\partial E}{\partial b} = -(a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{P2} + \lambda \cdot b \dots (2)$$

[0103] 在平稳点,这些均必须为零。立刻可以看到在先前部分中找到的解也应用到这里。但是,继续在形式上对方程系进行求解,首先,将这些方程结合以通过结果来去除 λ :

$$[0104] \quad (1) \cdot b - (2) \cdot a$$

$$[0105] \quad (a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{P1} \cdot b + (a \cdot P1 - b \cdot P2) \cdot \overline{P2} \cdot a = 0$$

[0106] 所产生的方程中的a和b是二次项,这两个解对应于E的最大值和最小值。引入 $a = \cos(\theta)$ 以及 $b = \sin(\theta)$ (虽然严格地说这不满足拉格朗日约束)获得 $\tan(\theta)$ 的二次方程。

$$[0107] \quad P1 \cdot \overline{P2} + (|P1|^2 - |P2|^2) \cdot \tan(\theta) - P2 \cdot \overline{P1} \cdot \tan(\theta)^2 = 0$$

[0108] 注意到在许多情况下, $(|P1|^2 - |P2|^2)^2 + 4 \cdot P1 \cdot \overline{P2} \cdot P2 \cdot \overline{P1} = (|P1|^2 + |P2|^2)^2$,得出与以前相同的答案,即

$$[0109] \quad \text{对于最小值, } \theta = \arctan\left(\frac{P1}{P2}\right), \text{ 对于最大值, } \theta = \overline{\arctan\left(-\frac{P2}{P1}\right)}.$$

[0110] 出于完整性考虑,注意到该等式可能不能应用于P1和P2是响应的和或者积分的一般情况。然而,可以使用“tan theta”方法的这种变分来系统地找到这两个平稳值。以下

对一个应用进行更加详细的解释,以示出这些解如何用于上述示例中。

[0111] 应用1:无声触觉

[0112] 在一切均完全对称的情况下,无声触觉问题是不重要的,即a和b被设置为相等的值。当系统中存在不对称时,这种假设不再有效。待解决的问题是找到两组输入值a和b,其给出音频的最大输出和无声触觉的最小输出。这正是在“变分法”部分中解决的问题。

[0113] 在图9a中以dB SPL示出的P1和P2是10cm处的声音响应,其在这种情况下通过有限元仿真来获得,它们同样也能通过测量来获得。压力电平通过利用标称1N的力加上一些频率相关来模拟DMA而产生的。(典型的DMA具有假设15-30mN/V的标称力。该图中的SPL电平于是比利用实际DMA获得的SPL电平更高。)

[0114] 使用最优滤波器对(最大和最小,根据 θ 的两个解)得到的结果与图9b中的简单和、差对进行比较。注意到,最小对的轴上响应为零压力(负无穷大dB)。在大部分频带上,相加的响应高于相减的响应,但并不总是这样。虽然轴上响应不能表现出全部情况,但是前半球上的平均结果显示相似的特征。

[0115] 作为优化过程的结果,存在需要的信号(最大值)和不需要的信号(最小值)。这两个信号的比率可以被描述为“信噪比”或者“SNR”。这通常以dB来表示,并且大值比小值更好。图9c清楚地示出了优化信号对如何在每一频率处对SNR进行最大化,在全频谱范围上获得10-20dB的提高。注意到,利用标准的和、差对,SNR在大约330Hz以下实际上是负值。因此,与适用于对称系统的简单的和、差解相比,将上述技术应用到具有非对称性的系统中的无声触觉问题上获得信噪比的多个dB的提高。

[0116] 上述解可以通过测量在多个离散采样点的目标而被应用到参考图8b描述的扩展区域。在这种情况下,希望通过操纵输入来同时最小化输出。现在,存在比输入信号更多的输出信号,所以结果不准确。这是变分法的一个能力,即该方法可以找到最佳近似值。

$$[0117] \quad \sum_i T_i = \sum_i |a \cdot P1_i - b \cdot P2_i|^2 = \sum_i (a \cdot P1_i - b \cdot P2_i) \cdot \overline{(a \cdot P1_i - b \cdot P2_i)}$$

$$[0118] \quad E = \sum_i (a \cdot P1_i - b \cdot P2_i) \cdot \overline{(a \cdot P1_i - b \cdot P2_i)} + \lambda \cdot (a \cdot a + b \cdot b - 1)$$

$$[0119] \quad \frac{\partial E}{\partial a} = \sum_i (a \cdot P1_i - b \cdot P2_i) \cdot \overline{P1_i} + \lambda \cdot a$$

$$[0120] \quad \frac{\partial E}{\partial b} = -\sum_i (a \cdot P1_i - b \cdot P2_i) \cdot \overline{P2_i} + \lambda \cdot b$$

[0121] 如先前那样解这些方程产生;

$$[0122] \quad S12 + (S11 - S22) \cdot \tan(\theta) - S21 \cdot \tan(\theta)^2 = 0$$

[0123] 其中,

$$[0124] \quad S_{nm} = \sum_i Pn_i \cdot \overline{Pm_i}$$

$$[0125] \quad \theta_m = \arctan \left(\frac{S11 - S22 + \sqrt{(S11 - S22)^2 + 4 \cdot S12 \cdot S21}}{2 \cdot S21} \right) \text{ 给出最小值,}$$

[0126]
$$\theta_p = \arctan \left(\frac{S11 - S22 - \sqrt{(S11 - S22)^2 + 4 \cdot S12 \cdot S21}}{2 \cdot S21} \right)$$
 给出最大值。

[0127] 该方法类似地扩展为积分,并扩展到两个以上的输入。

[0128] 例如,误差函数以及和可以用积分来代替:

[0129]
$$E = \iint |a \cdot P1(r) - b \cdot P2(r)|^2 dA + \lambda \cdot (\bar{a} \cdot a + \bar{b} \cdot b - 1)$$

[0130]
$$S_{nm} = \iint Pn(r) \cdot \overline{Pm(r)} dA$$

[0131] 应用2:双区域触觉

[0132] 可以同时将最小响应指定在所选响应处并将非零响应指定在另一个所选位置处。这在双区域系统中可能非常有用。

[0133] “强”解

[0134] 我们具有两个输入(例如),用以产生一个节点和另一点处的触觉反馈。定义从输入*i*到输出*j*的转移函数*Pi_j*。

[0135] 同时解 $a \cdot P1_1 + b \cdot P2_1 = 0$ 和 $a \cdot P2_1 + b \cdot P_2 = g$ 。

[0136]
$$\begin{pmatrix} P1_1 & P2_1 \\ P1_2 & P2_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P1_1 & P2_1 \\ P1_2 & P2_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix}$$

[0137]
$$a = -\frac{P2_1}{P1_1 \cdot P2_2 - P1_2 \cdot P2_1} \cdot g, b = \frac{P1_1}{P1_1 \cdot P2_2 - P1_2 \cdot P2_1} \cdot g$$

[0138] 假如分母从不为零,这一对转移函数会在点1产生节点响应,并在点2产生正好等于*g*的复数转移函数。

[0139] “弱”解

[0140] 同时解 $|a \cdot P1_1 + b \cdot P2_1|^2 = 0$ 和 $|a \cdot P2_1 + b \cdot P2_2|^2 = |g|^2$ 。

[0141] 使用以下描述的变分法来解决针对*a*和*b*的第一最小化,并对结果进行归一化以满足第二方程。

[0142] $a = r \cdot \cos(\theta), b = -r \cdot \sin(\theta), \tan(\theta) = -\frac{P1_1}{P1_2}$

[0143] $r^2 \cdot |(\cos(\theta) \cdot P2_1 - \sin(\theta) \cdot P2_2)|^2 = |g|^2$

[0144] 假如分母从不为零,这一对转移函数会在点1产生节点响应,并在点2产生等于 $|g|^2$ 的功率转移函数。在点2产生的输出不必具有与*g*相同的响应相位,因此强制转移(coercion)不那么强。

[0145] 当考虑两个以上输入通道时,存在对于上述特别相关的方法的其它扩展。这些扩展是一般性的,其同样也能应用于双通道的情况。此外,通过使用特征值分析作为工具,在无精确解可用时我们得到了“最佳”解。变分法和特征值问题之间的关系

[0146] 当对形式为*E*的能量函数进行最小化时,以下我们得到一组联立方程:

$$[0147] \quad E = \left| \sum_n a_n \cdot P_n \right|^2, \frac{\partial E}{\partial a_n} = \overline{P_n} \cdot \sum_n a_n \cdot P_n = 0 \text{ (对于所有 } n \text{)}$$

[0148] 其中 P_i 是至系统的输入, a_i 是施加到这些输入的常数,即在先前双通道系统中的 a 和 b 。

[0149] 这样可以以矩阵形状来写该方程系,因此:

$$[0150] \quad \underline{M} \cdot \underline{v} = 0, \text{ where } \underline{M}_{i,j} = \overline{P_i} \cdot P_j, \text{ and where } v_i = a_i \quad (1)$$

[0151] 注意到, M 是共轭对称的,即, $\underline{M}_{j,i} = \overline{\underline{M}_{i,j}}$ 。

[0152] 希望找到非平凡解,即与平凡解 $v=0$ 不同的解,平凡解虽然在数学上有效,但 是不那么有用。

[0153] 由于 v 的任何线性比例也是方程的解,因此 a_i 不唯一限定。需要附加方程来约 束该比例。另一种观察情形的方式是要算用于精确解的方式,输入变量的数量必须大于 测量点的数量。无论哪种方式,存在比自由变量多一个的方程,因此 M 的行列式为零。

[0154] 关于矩阵特征值的问题,希望找到对于该方程的非平凡解:

$$[0155] \quad \underline{M} \cdot \underline{v} - \lambda \cdot \underline{v} = 0, \text{ 其中 } \lambda \text{ 是特征值, 相关的 } v \text{ 是特征向量。} \quad (2)$$

[0156] 由于 M 是共轭对称的,因此所有特征值是非负实数。如果 $\lambda=0$ 是特征值问 题的解,则应该清楚的是具有原方程。因此 v 是 $\lambda=0$ 时的特征向量。

[0157] 该方法特别有力的地方在于,即使当(1)无解时,具有最小 λ 值的(2)的解也 是最接近的答案。

[0158] 例如,利用以上提出的问题:

$$[0159] \quad \begin{pmatrix} \overline{P1} \cdot P1 & -\overline{P1} \cdot P2 \\ -\overline{P2} \cdot P1 & \overline{P2} \cdot P2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0 \text{ 具有解 } \lambda=0, b/a=P1/P2。$$

[0160] 其它特征值对应于最大值: $\lambda = |P1|^2 + |P2|^2, b/a = -\overline{P2/P1}$ 。

[0161] 当使用特征值求解器来寻找 a_i 的值时,所使用的比例实质上是任意的。对特征 向量进行归一化是通常的做法,这样做可以设置幅度:

$$[0162] \quad \sum_i |a_i|^2 = 1$$

$$[0163] \quad \text{例如, } a = \frac{P2}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}, b = \frac{P1}{\sqrt{|P1|^2 + |P2|^2}}$$

[0164] 但是参考相位仍然是任意的,即,如果 v 是特征问题的归一化解,则参考相位 是 $v \cdot e^{j\theta}$ 。构成 θ 的“最佳”值以及如何找到该最佳值是稍后部分的主题。

[0165] 特征值 λ 的值正好是与特征向量的这种选择相关的能量。证明如下:

[0166]

$$E = \left| \sum_n a_n \cdot P_n \right|^2 = \sum_n a_n \cdot P_n \cdot \sum_m \overline{a_m} \cdot \overline{P_m} = \sum_m \overline{a_m} \cdot \left(\sum_n \overline{P_m} \cdot P_n \cdot a_n \right) = \sum_m \overline{a_m} \cdot \left(\sum_n M_{m,n} \cdot a_n \right)$$

[0167] 根据特征值方程和特征向量的归一化,可以通过规定以下来继续:

$$[0168] \quad E = \sum_m \overline{a_m} \cdot \left(\sum_n M_{mn} \cdot a_n \right) = \sum_m \overline{a_m} \cdot (\lambda \cdot a_m) = \lambda \cdot \sum_m \overline{a_m} \cdot a_m = \lambda$$

[0169] 解特征值问题

[0170] 理论上,n阶系统具有n个特征值,这是通过解n阶多项式方程而发现的。但是,不需要所有的特征值,即,仅需要最小的特征值。

$$[0171] \quad \underline{M} \cdot \underline{v} - \lambda \cdot \underline{v} = \underline{0} \text{ 得出 } |M - \lambda \cdot I| = 0, \text{ 得出 } \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i) = 0。$$

[0172] 如果该问题存在精确解,则行列式将 λ 作为因数。例如

$$[0173] \quad \begin{pmatrix} a & b \\ \bar{b} & c \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-\lambda & b \\ \bar{b} & c-\lambda \end{pmatrix} = (a-\lambda)(c-\lambda) - |b|^2 = 0$$

$$[0174] \quad a \cdot c - |b|^2 - (a+c) \cdot \lambda + \lambda^2 = 0$$

[0175] 如果 $a \cdot c - |b|^2 = 0$,则存在精确解。

[0176] 由于方程的数量大于未知数的数量,所以 v 存在一个以上可能的解集,但是它们是等价的。

$$[0177] \quad (a-\lambda) \cdot v_0 + b \cdot v_1 = 0, \quad \frac{v_1}{v_0} = \frac{\lambda - a}{b}$$

$$[0178] \quad \bar{b} \cdot v_0 + (c-\lambda) \cdot v_1 = 0, \quad \frac{v_1}{v_0} = \frac{\bar{b}}{\lambda - c}$$

[0179] 例如

$$[0180] \quad a=2, b=1+1j, c=3; 6-2-5 \cdot \lambda + \lambda^2 = 0; \lambda=1, 4$$

$$[0181] \quad (\lambda-2) / (1+1j) = (-1+1j) / 2 \text{ or } 1-1j$$

$$[0182] \quad (1-1j) / (\lambda-3) = (-1+1j) / 2 \text{ or } 1-1j$$

[0183] 因此该方程对的最佳解由 $v_1/v_0 = (-1+1j) / 2$ 给出。

[0184] 选择用十解的“最佳”比例

[0185] 从数学上讲,问题的任何解都与任何其它解一样。但是,试图解决工程问题。矩阵 M 及其特征向量 v 均是频率的函数。希望使用 v 的分量作为传递函数,因此,存在符号或相位的突然改变是不可取的。

$$[0186] \quad \underline{M}(\omega) \cdot \underline{v}(\omega) = \underline{0}$$

[0187] 对于两个变量的问题,使用 $a = \cos(\theta)$ 以及 $b = \sin(\theta)$ 代入,得到关于 $\tan(\theta)$ 的解。该方法看起来产生具有低剩余相位的 a 和 b 的值。但是,使用该方法很快变得不合适,因为方程的形成变得越来越复杂,更不用说求解了。例如,对于3个变量,具有2个角,并可以使用球极映射来给出 $\underline{a} = \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi), \underline{b} = \cos(\theta) \cdot \sin(\varphi), c = \sin(\theta)$ 。

[0188] 取而代之的是,使用变分法来确定 θ 的“最佳”值。可以定义“最佳”表示具有最小的总虚部分量。

[0189] 现在,令 $v' = v \cdot e^{j\theta}$ let $v = v_r + j \cdot v_j$,并将误差能量定义为:

[0190]

$$SSE = \sum_i \text{Im}(v'_i)^2 = \sum_i \text{Im}((vr_i + j \cdot vi_i) \cdot (\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta)))^2 = \sum_i (vi_i \cdot \cos(\theta) + vr_i \cdot \sin(\theta))^2$$

[0191] 令

$$[0192] \quad rr = \text{Re}(v) \cdot \text{Re}(v) = \sum vr_i^2, ii = \text{Im}(v) \cdot \text{Im}(v) = \sum vi_i^2, ri = \text{Re}(v) \cdot \text{Im}(v) = \sum vr_i \cdot vi_i$$

[0193] 则

$$[0194] \quad SSE = \cos(\theta)^2 \cdot ii + 2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot ri + \sin(\theta)^2 \cdot rr$$

[0195] (对于 $\theta=0$, $SSE=ii$,这是最初成本。如果可能的话,希望减小该成本)。[0196] 关于 θ 求导,给出以下方程:

$$[0197] \quad 2 \cdot (\cos(\theta)^2 - \sin(\theta)^2) \cdot ri + 2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot (rr - ii) = 0$$

[0198] 等式两边均除以 $2 \cdot \cos(\theta)^2$,得到以下 $\tan(\theta)$ 的二次方程:

$$[0199] \quad ri + \tan(\theta) \cdot (rr - ii) - \tan(\theta)^2 \cdot ri = 0$$

[0200] 在两个解中,给出SSE的最小值的解是:

$$[0201] \quad \tan(\theta) = \frac{rr - ii - \sqrt{(rr - ii)^2 + 4 \cdot ri^2}}{2 \cdot ri}$$

[0202] 如果 $ri=0$,则具有两种特殊情况:[0203] 如果 $ri=0$ 且 $rr \geq ii$,则 $\theta=0$;[0204] 如果 $ri=0$ 且 $rr < ii$,则 $\theta=\pi/2$ 。[0205] 选择 v 的最佳值的最后的步骤是确保第一分量的实部为正(任何分量可以用于该目的),即:[0206] 步骤1 $v' = v \cdot e^{j\theta}$ [0207] 步骤2 如果 $v'_0 < 0$,则 $v' = -v'$

[0208] 示例

$$[0209] \quad v = \begin{pmatrix} 0.908 - 0.419j \\ 0.770 - 0.638j \\ 0.9999 - 0.01j \\ 0.343 - 0.939j \end{pmatrix},$$

[0210] $rr=2.534, ii=1.466, ri=-1.204$;求解得出 $\theta=0.577$

$$[0211] \quad v' = \begin{pmatrix} 0.990 + 0.143j \\ 0.993 - 0.115j \\ 0.844 + 0.537j \\ 0.800 - 0.600j \end{pmatrix}$$

[0212] $rr'=3.318, ii'=0.682, ri=0$ [0213] 注意到,最小化 ii ,同时最大化 rr 并设 ri 为零。

[0214] 技术比较-有效示例

[0215] 考虑带有两个输出的双输入设备(即上述设备)。对于单独最小化每个输出存在

精确解,而对于同时最小化仅存在近似解。

[0216] 输出1的转移导纳: $P1_1=0.472+0.00344j, P2_1=0.479-0.129j$

[0217] 输出2的转移导纳: $P1_2=-0.206-0.195j, P2_2=0.262+0.000274j$ 形成两个误差贡献矩阵

[0218] $M1 = \begin{pmatrix} 0.223 & 0.226 - 0.063j \\ 0.226 + 0.063j & 0.246 \end{pmatrix}; |M1| = 0$, 即,精确解可能性

[0219] $M2 = \begin{pmatrix} 0.080 & -0.054 + 0.050j \\ -0.054 - 0.050j & 0.069 \end{pmatrix}; |M2| = 0$, 即,精确解可能性

[0220] $M1 + M2 = \begin{pmatrix} 0.303 & 0.171 - 0.012j \\ 0.171 + 0.012j & 0.315 \end{pmatrix}; |M1 + M2| = 0.066$

[0221] 现在使用“tan theta”方法来对这三种情况进行求解

[0222] $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 0.718 - 0.093j \\ -0.682 - 0.098j \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0.623 - 0.270j \\ 0.692 + 0.244j \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_{1+2} = \begin{pmatrix} 0.719 - 0.024j \\ -0.694 - 0.025j \end{pmatrix}$

[0223] 现在,对于特征向量方法,具有两种特征向量求解器;一种同时求解所有向量,另一种对具体特征值进行求解。当向量是复数时,它们给出数字上不同的答案(两种答案均正确),但是在应用“最佳”缩放算法之后,两种求解器给出与以上结果相同的结果。

[0224] M1:特征值,0和0.469:

[0225] 缩放之前的特征向量: $(-0.698+0.195j, 0.689-0.0013j)$ 或者 $(0.724, -0.664-0.184j)$

[0226] 缩放之后的特征向量: $(0.718-0.093j, -0.682-0.098j)$

[0227] M2:特征值,0和0.149:

[0228] 缩放之前的特征向量: $(-0.5+0.46j, 0.734-0.0030j)$ 或者 $(0.498-0.462j, 0.724)$

[0229] 缩放之后的特征向量: $(0.623-0.270j, -0.692+0.224j)$

[0230] M1+M2:特征值,0.137和0.480:

[0231] 缩放之前的特征向量: $(-717+0.051j, 0.695-0.0007j)$ 或者 $(0.719, -0.693-0.049j)$

[0232] 缩放之后的特征向量: $(0.719-0.024j, -0.694-0.025j)$

[0233] 添加第三输入

[0234] 现在考虑第三输入通道的贡献。

[0235] 输出1的转移导纳: $P3_1=-0.067-0.180j$

[0236] 输出2的转移导纳: $P3_2=0.264+0.0014j$

[0237] 将这些贡献加到误差矩阵上

[0238] $M1 = \begin{pmatrix} 0.223 & 0.226 - 0.063j & -0.032 - 0.085j \\ 0.226 + 0.063j & 0.246 & -0.009 - 0.095j \\ -0.032 + 0.085j & -0.009 + 0.095j & 0.037 \end{pmatrix}; |M1| = 0$

$$[0239] \quad M2 = \begin{pmatrix} 0.080 & -0.054+0.050j & -0.055+0.051j \\ -0.054-0.050j & 0.069 & 0.069-0.0004j \\ -0.055-0.051j & 0.069+0.0004j & 0.070 \end{pmatrix}; |M2| = 0$$

$$[0240] \quad M1+M2 = \begin{pmatrix} 0.303 & 0.171-0.012j & -0.087-0.034j \\ 0.171+0.012j & 0.315 & 0.061-0.095j \\ -0.087+0.034j & 0.061+0.095j & 0.107 \end{pmatrix};$$

$$[0241] \quad |M1+M2| = 0$$

[0242] 联合问题存在精确解, 并且M1+M2具有零特征值。

[0243] (注意, M1和M2分别具有两个零特征值, 换句话说, 它们具有退化特征值。该问题具有两个完全正交的解, 并且这两个解的任何线性组合也是一个解)。

[0244] M1+M2: 特征值是0、0.218和0.506:

[0245] 缩放之后的特征向量: (0.434-0.011j, -0.418+0.199j, 0.764+0.115j)

[0246] 如上所述, 对于两个输入, “tan theta”方法实现起来更快且更简单, 但是对于三输入或四输入, “scaled eigenvector”方法更容易。两种方法产生相同的结果。对于精确解, 输入变量的数量必须大于测量点的数量。通过使用特征值分析作为用于一般问题的工具, 在无精确解可用时, 得到“最佳”解。

[0247] 对于一般的“m”输入、“n”输出的最小化问题, 用于找到最佳的m个输入的算法存在两种理论变化。它们可以被称为并行“同时”法和串行“一次一个”法。一般而言, 它们可以任意组合。如果m>n, 则所有路径以相同的精确答案(在舍入误差内)结束。如果m<=n, 则仅存在近似答案, 所采用的路径会影响最终结果。串行法在m<=n并且n个输出中的一些比其它输出更重要时更有用。对重要的输出进行精确求解, 而剩余的那些得到最佳匹配解。

[0248] 并行“同时”算法

[0249] 图10a是并行求解器的框图。形成一个误差矩阵, 选择与最小特征值对应的特征向量。如果m>n, 则特征值为零, 结果精确。

[0250] 递归或顺序“一次一个”算法

[0251] 图10b是递归求解器的框图。形成用于最重要输出的误差矩阵, 形成与(m-1)个最小特征值对应的特征向量。它们用作新的输入向量, 重复该过程。该过程以2×2特征值解结束。然后, 返回将解重新集合用于原始问题。

[0252] 像所有的递归算法一样, 该过程进入迭代(或顺序)过程。对于前面的m-2个循环, 所有输出具有精确解。对于剩余循环, 发现这些解的最佳线性组合最小化剩余误差。

[0253] 示例1: m=3, n=2

[0254] 输出1的转移导纳: P1_1=0.472+0.00344j

[0255] 输出2的转移导纳: P1_2=-0.206-0.195j

[0256] 输出1的转移导纳: P2_1=0.479-0.129j

[0257] 输出2的转移导纳: P2_2=0.262+0.000274j

[0258] 输出1的转移导纳: P3_1=-0.067-0.180j

[0259] 输出2的转移导纳: P3_2=0.264+0.0014j

[0260] 同时

$$[0261] \quad M1+M2 = \begin{pmatrix} 0.303 & 0.171-0.012j & -0.087-0.034j \\ 0.171+0.012j & 0.315 & 0.061-0.095j \\ -0.087+0.034j & 0.061+0.095j & 0.107 \end{pmatrix};$$

$$[0262] \quad |M1+M2| = 0$$

[0263] M1+M2:特征值为0,0.218和0.506:

[0264] 缩放后的特征向量:(0.434-0.011j,-0.418+0.199j,0.764+0.115j)

[0265] 一次一个算法

[0266] 求解输出1,然后求解输出2。因为3>2,所以得到相同答案。

$$[0267] \quad M1 = \begin{pmatrix} 0.223 & 0.226-0.063j & -0.032-0.085j \\ 0.226+0.063j & 0.246 & -0.009-0.095j \\ -0.032+0.085j & -0.009+0.095j & 0.037 \end{pmatrix}; |M1| = 0$$

[0268] M1:特征值为0,0和0.506:

[0269] 特征向量V1:(0.748,-0.596-0.165j,0.085-0.224j)

[0270] 特征向量V2:(-0.062+0.026j,0.096+0.350j,0.929)

[0271] 新问题:选择a和b,使得a.V1+b.V2最小化输出2。

[0272] 新的转移导纳为:

$$[0273] \quad pv1 = (P1_2P2_2P3_2) \cdot V1 = -0.287-0.250j$$

$$[0274] \quad pv2 = (P1_2P2_2P3_2) \cdot V1 = 0.287+0.100j$$

[0275] 现在使用这两个转移导纳作为输出来重复该过程。

[0276] 新的误差矩阵为

$$[0277] \quad M1' = \begin{pmatrix} 0.145 & -0.107+0.043j \\ -0.107-0.043j & 0.093 \end{pmatrix}; |M1'| = 0, \text{即可能的精确解。}$$

[0278] M1' 的特征值:0和0.237

[0279] 缩放后的特征向量:(0.608-0.145j,0.772+0.114j)

[0280] 合并V1和V2以得到输入:

$$[0281] \quad (0.608-0.145j)V1 + (0.772+0.114j)V2 = (0.404-0.095j, -0.352+0.268j, 0.737-0.042j)$$

[0282] 对结果进行归一化和按比例缩放:

$$[0283] \quad (0.434-0.011j, -0.418+0.199j, 0.764+0.115j)$$

[0284] 注意到这与以前的情况相同,正是其应该呈现的结果。

[0285] 示例2:m=3,n>=3

[0286] 这里,存在1个声压输出和多个速率输出。

[0287] 声音刻度的误差矩阵为M1,总和速率刻度的误差矩阵为M2。

$$[0288] \quad M1 = \begin{pmatrix} 3.928 & -2.667+2.473j & -2.674+2.506j \\ -2.667-2.473j & 3.367 & 3.393-0.018j \\ -2.674-2.506j & 3.393+0.018j & 3.418 \end{pmatrix}; |M1| = 0$$

$$[0289] \quad M2 = \begin{pmatrix} 1.023 & 0.602 - 0.112j & -0.528 + 0.409j \\ 0.602 + 0.112j & 0.977 & -1.144 + 0.205j \\ -0.528 - 0.409j & -1.144 - 0.205j & 5.473 \end{pmatrix}; |M2| = 2.510$$

[0290] 同时算法

[0291] 对全部n个输出误差矩阵进行求和,找到与最小特征值对应的特征向量。

[0292] 特征值: $(M1+M2) = 1.146, 3.869, 13.173$

[0293] 解 = $(0.739 - 0.235j, 0.483 + 0.306j, 0.246 + 0.104j)$

[0294] 一次一个算法

[0295] 实际上,仅对声音问题进行求解,然后同时进行其它操作。这样,对声音问题进行了精确求解。

[0296] 特征值 $(M1) = 0, 0, 10.714$

[0297] $V1 = (0.770 - 0.199j, 0.376 + 0.202j, 0.377 + 0.206j)$

[0298] $V2 = (0.097 - 0.071j, 0.765 + 0.010j, -0.632 + 0.0016j)$

[0299] 由于V1和V2均对应于零特征值,所以 $a \cdot V1 + b \cdot V2$ 也是对应于零特征值的特征向量,即,它是声音问题的精确解。

[0300] 使用a和b对结构问题形成“同时”最小化,

$$[0301] \quad M2' = \begin{pmatrix} 1.314 & -0.381 + 0.341j \\ -0.381 - 0.341j & 0.093 \end{pmatrix}; |M2'| = 5.098$$

[0302] M1' 的特征值: 1.222和4.172

[0303] 缩放后的特征向量: $(0.984 - 0.016j, 0.113 + 0.115j)$

[0304] 组合V1和V2以得到输入:

[0305] $(0.984 - 0.016j)V1 + (0.113 + 0.115j)V2 = (0.776 - 0.207j, 0.473 + 0.283j, 0.290 - 0.124j)$

[0306] 对结果进行归一化和按比例缩放:

[0307] $(0.755 - 0.211j, -0.466 + 0.270j, 0.246 + 0.104j)$

[0308] 注意到,这与“同时”解类似,但不完全相同。当扩展成覆盖某一频率范围时,其给出声音问题的准确结果,(在“顺序”情况下,数字舍入导致非常微小的非零压力)。但是,如图10c所示,与“并行”解相比,“顺序”解是结构问题的稍差的解。

[0309] 如上所述,这两种方法不会相互排斥,“并行”法可以在“顺序”过程中在任意点采用,尤其用于完成该过程。“顺序”法在输入数量不超过输出数量的情况下有用,尤其当一些输出比其它输出更重要时采用。对重要输出进行精确求解,而剩余的那些得到最佳匹配解。

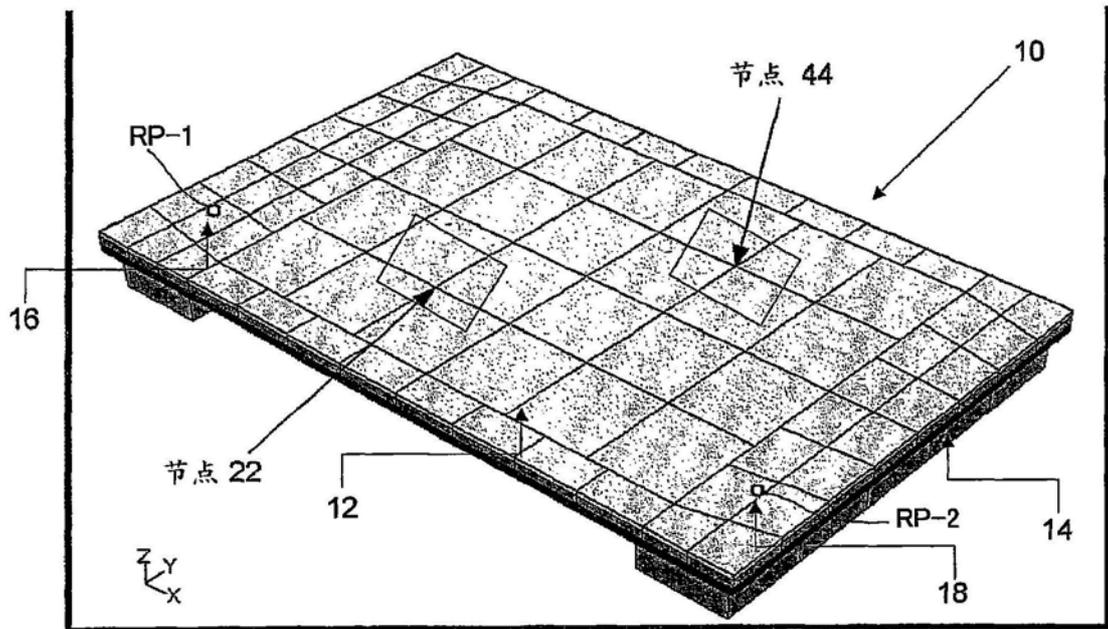


图1a

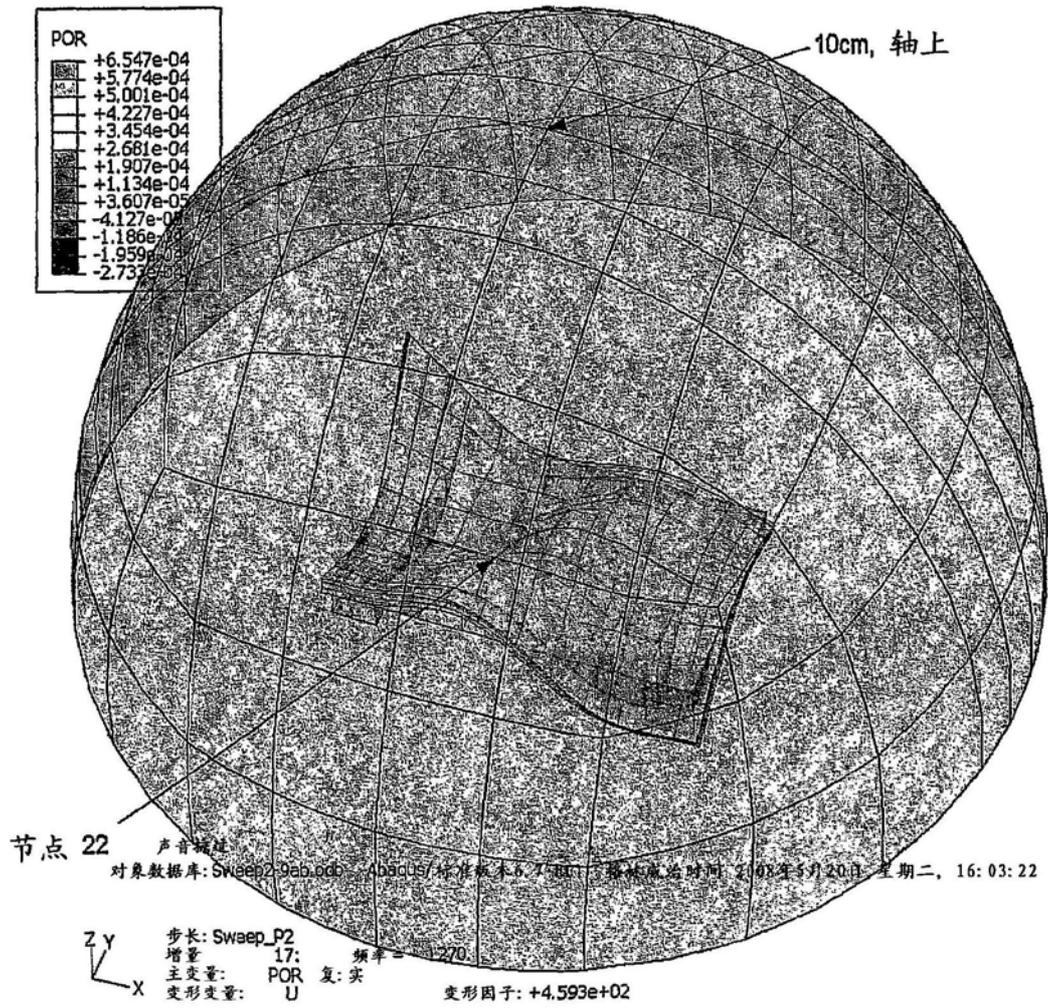


图1b

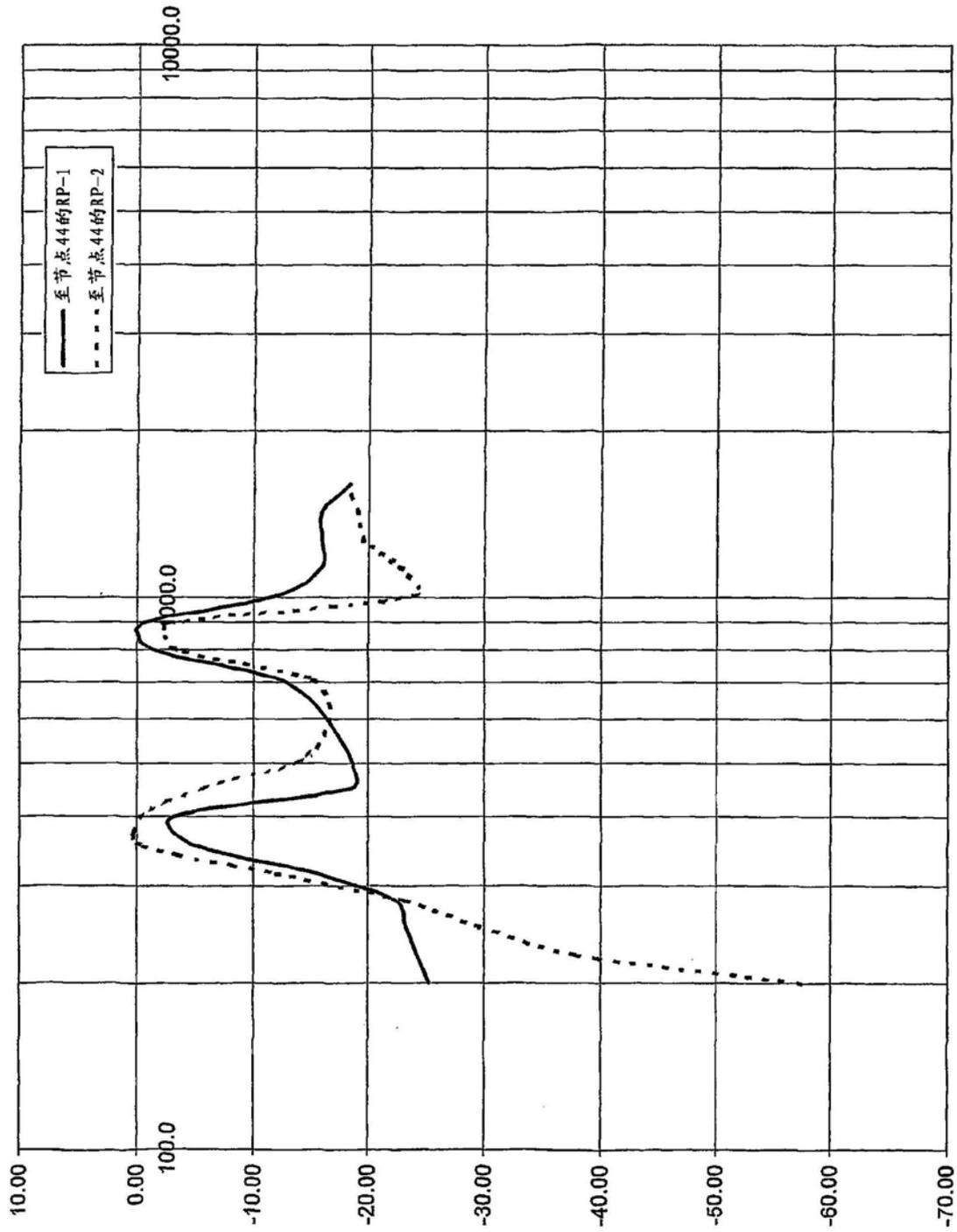


图2a

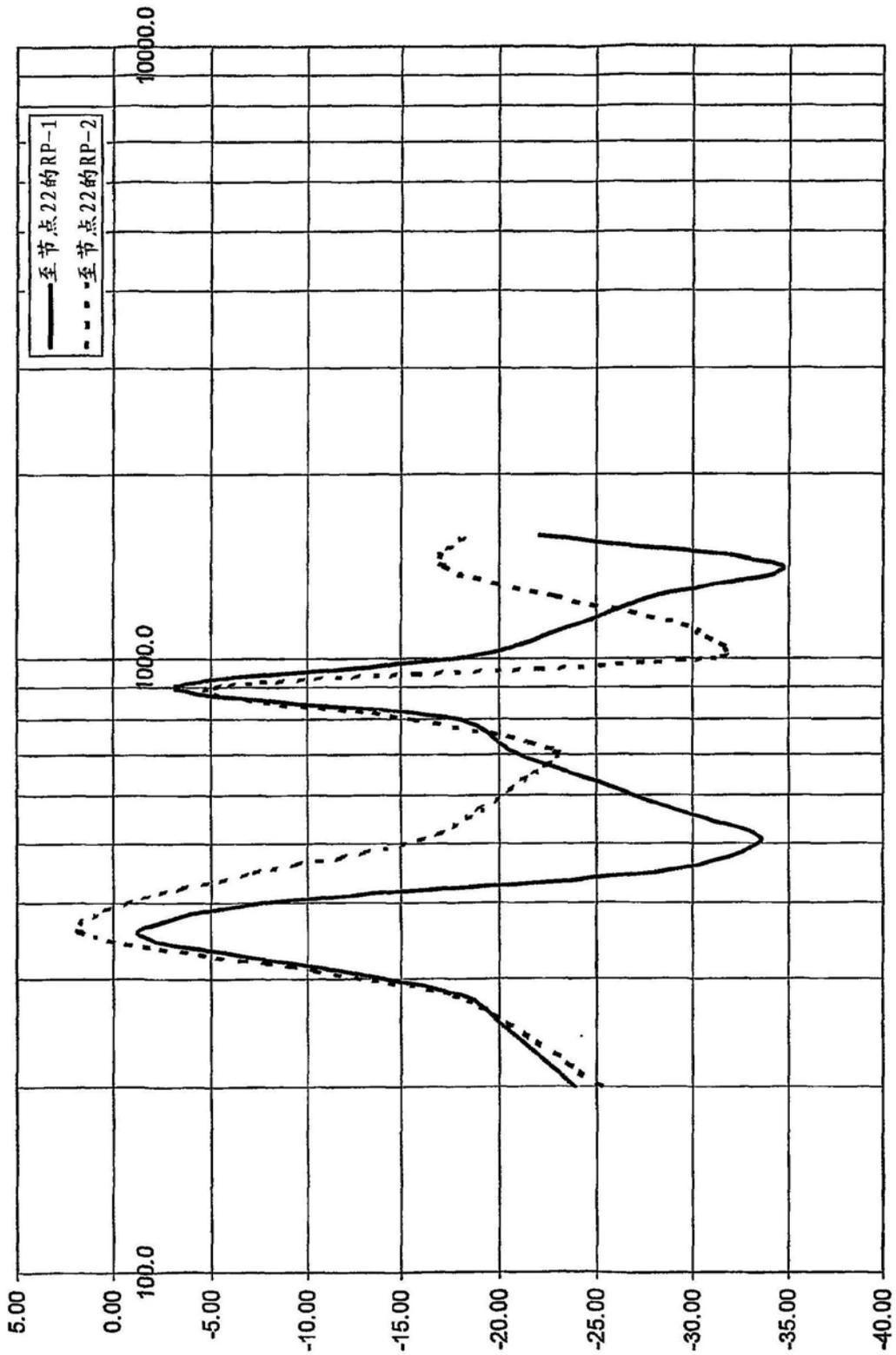


图2b

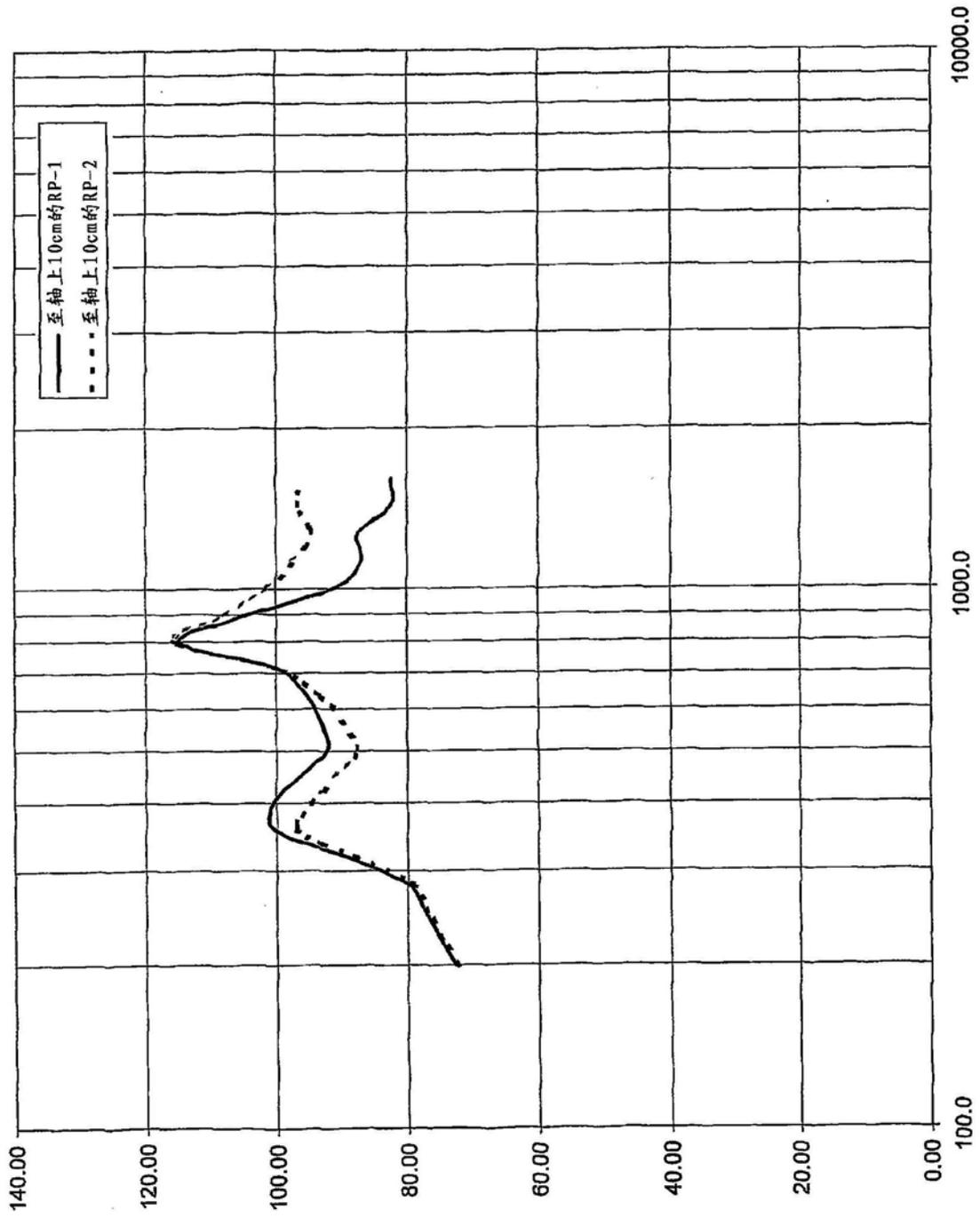


图2c

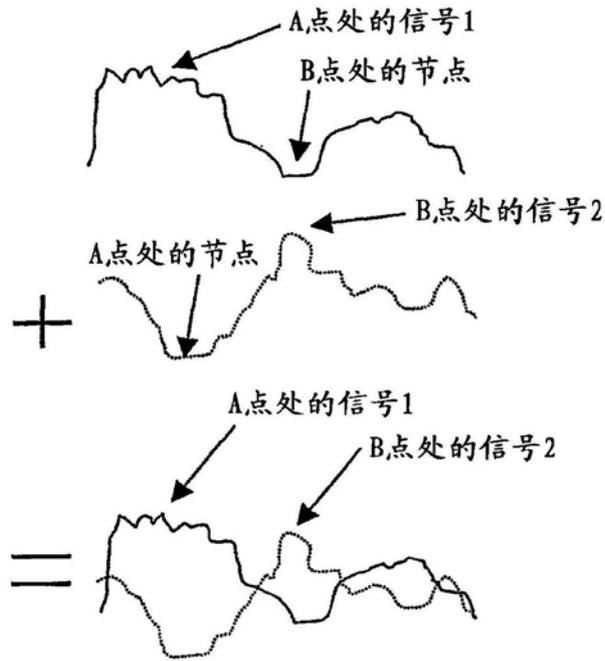


图3a

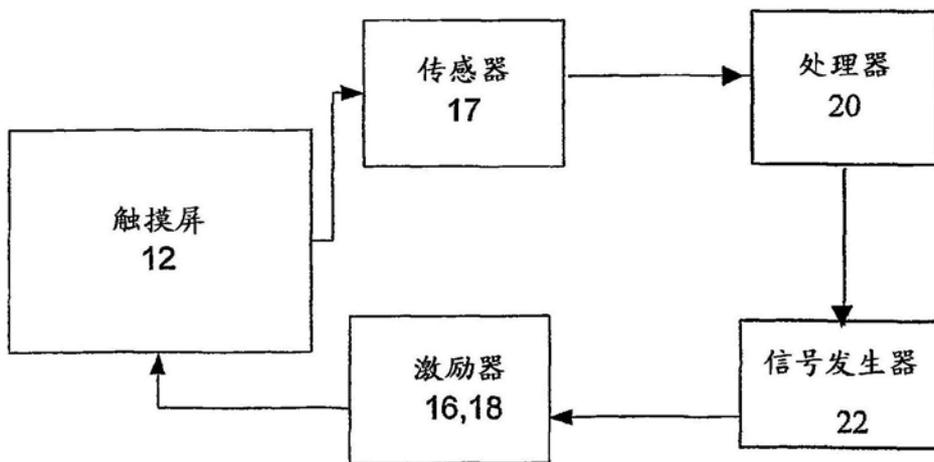


图3b

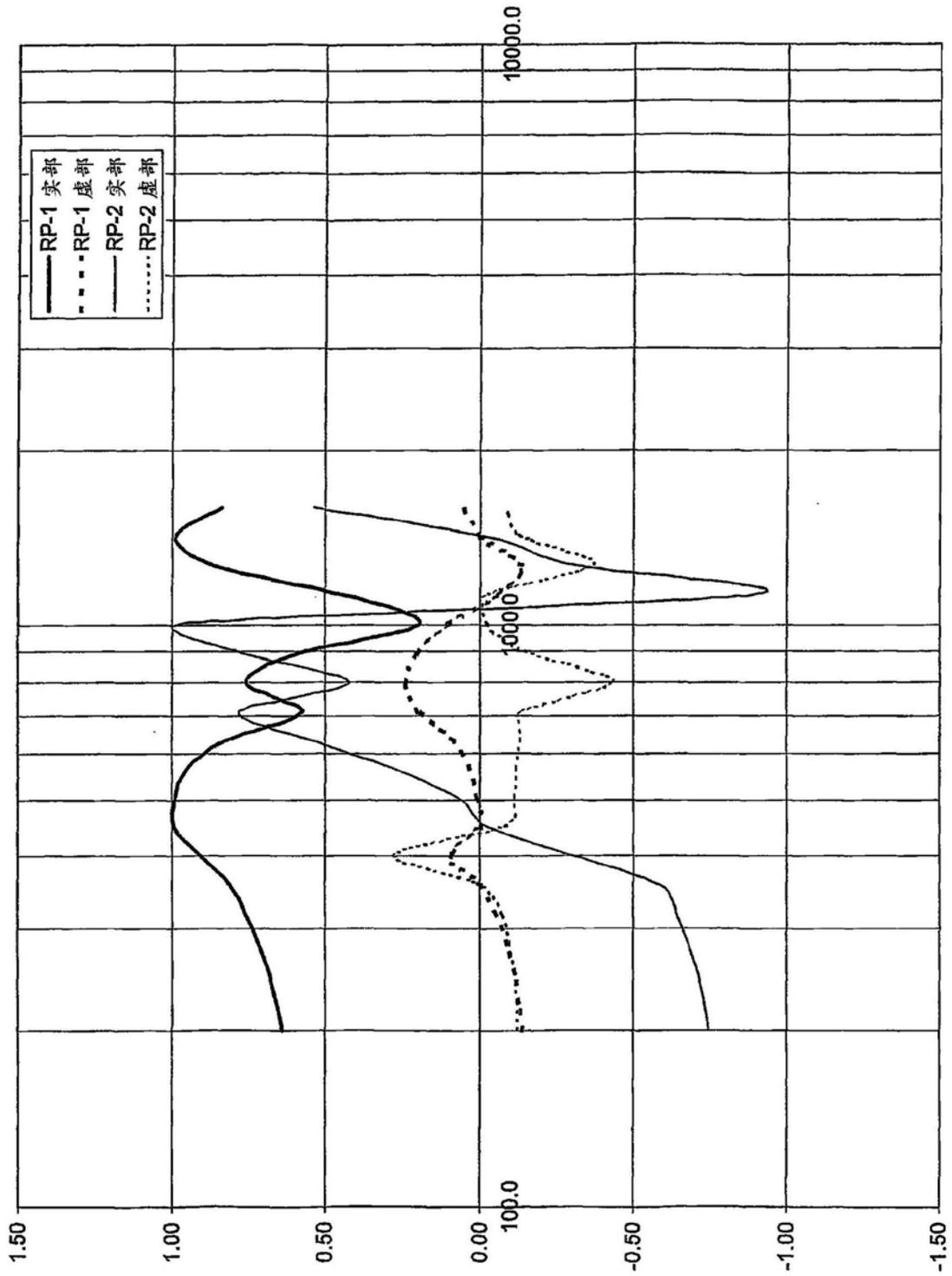


图4a

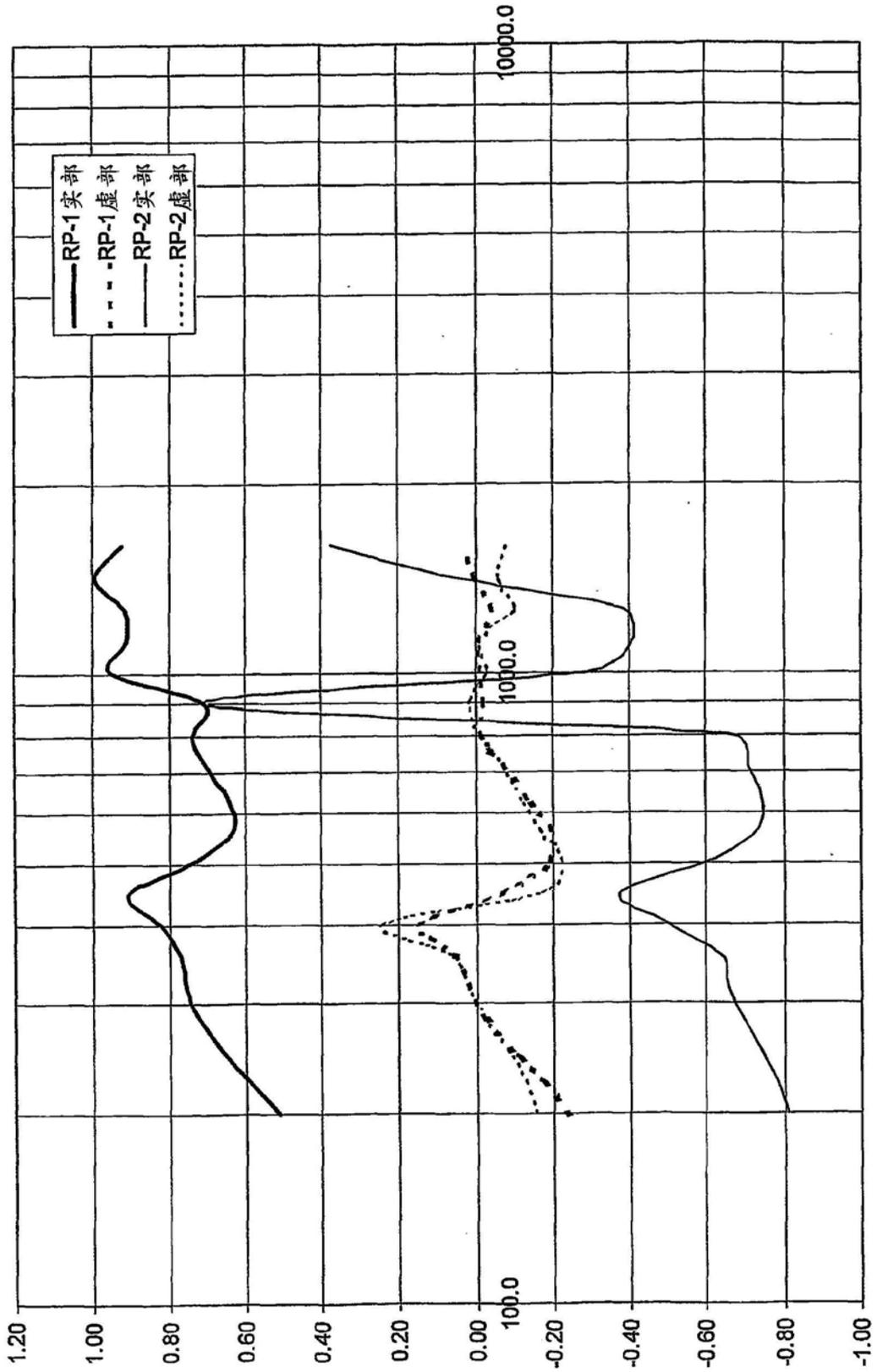


图4b

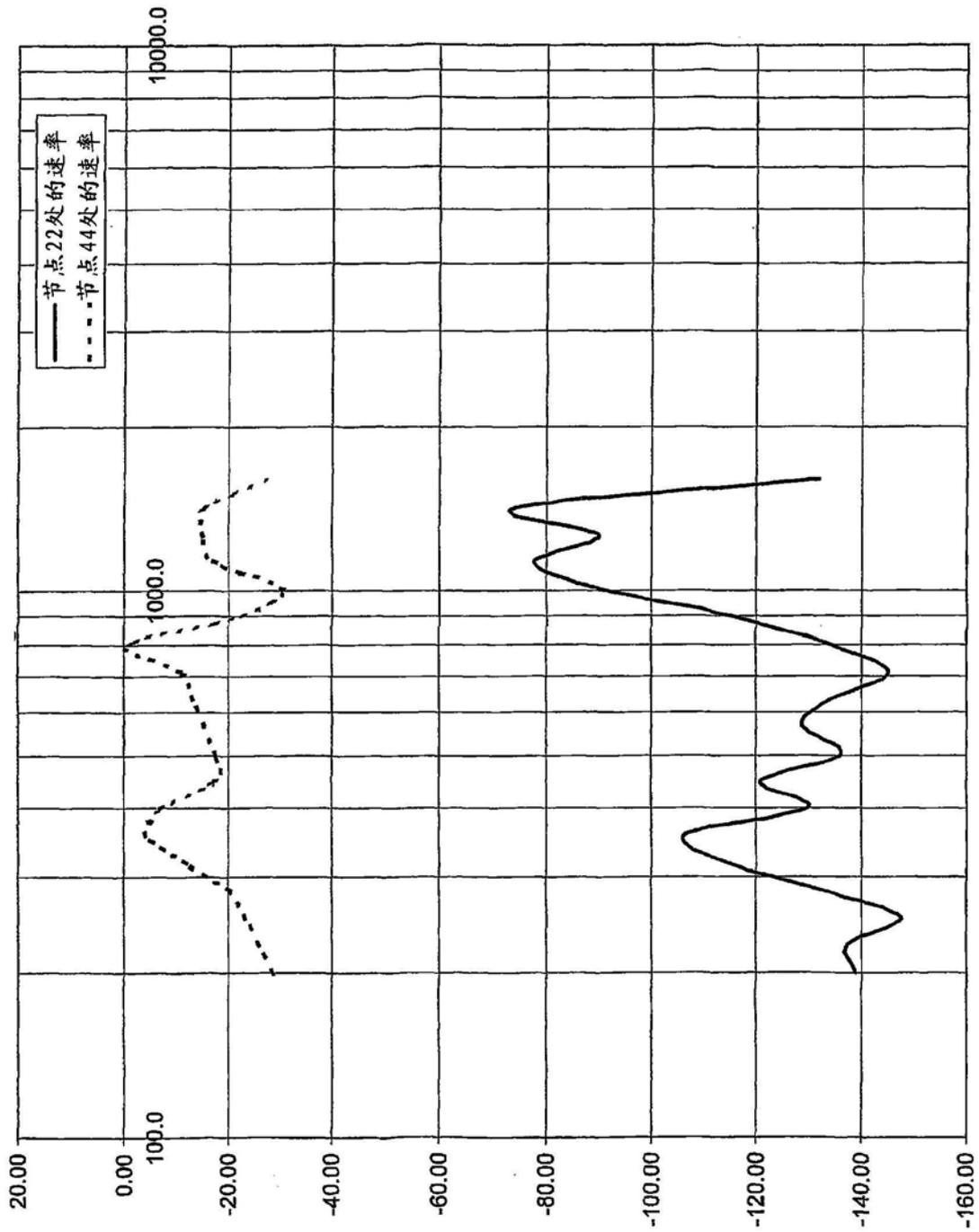


图5a

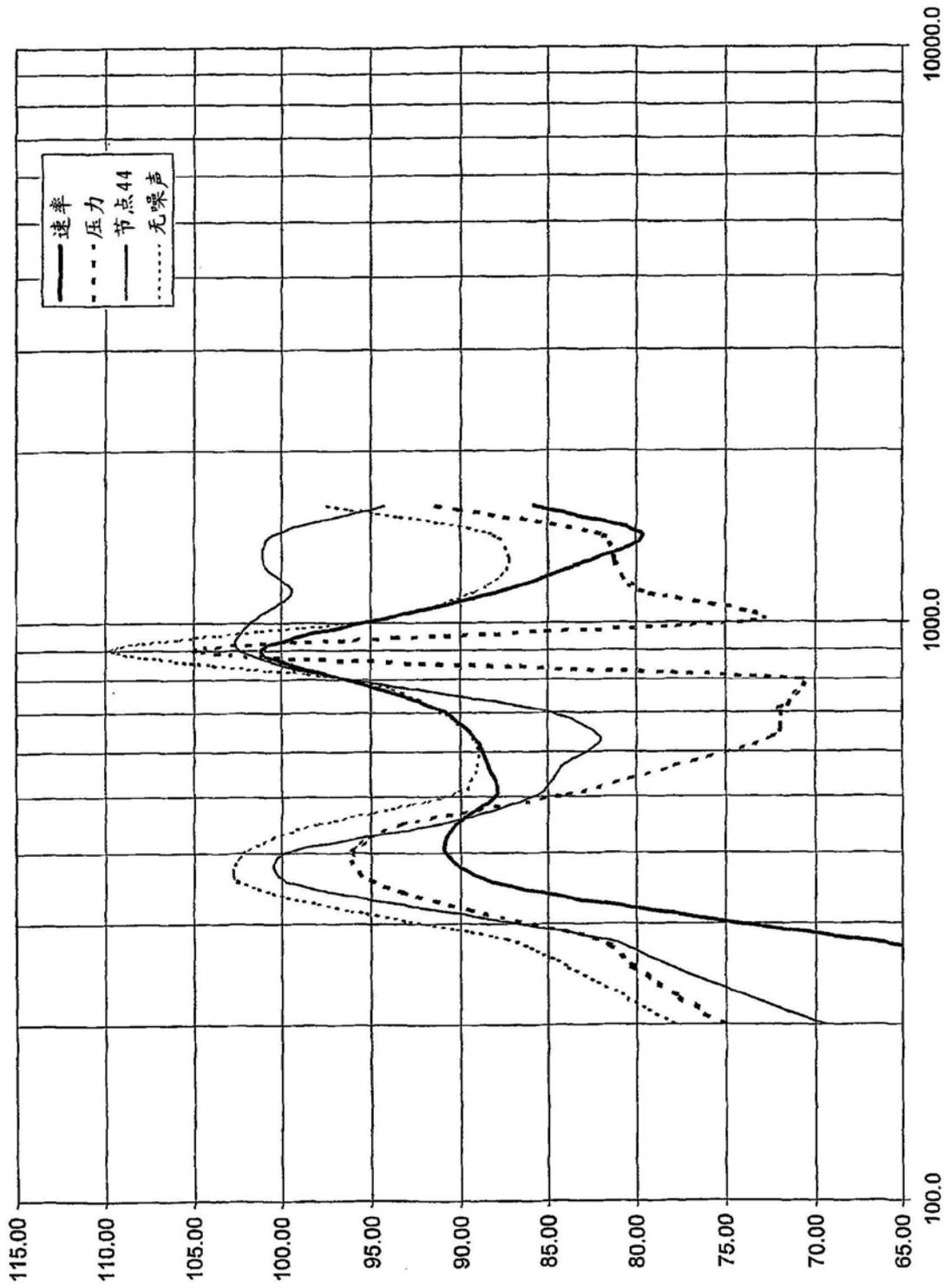


图5b

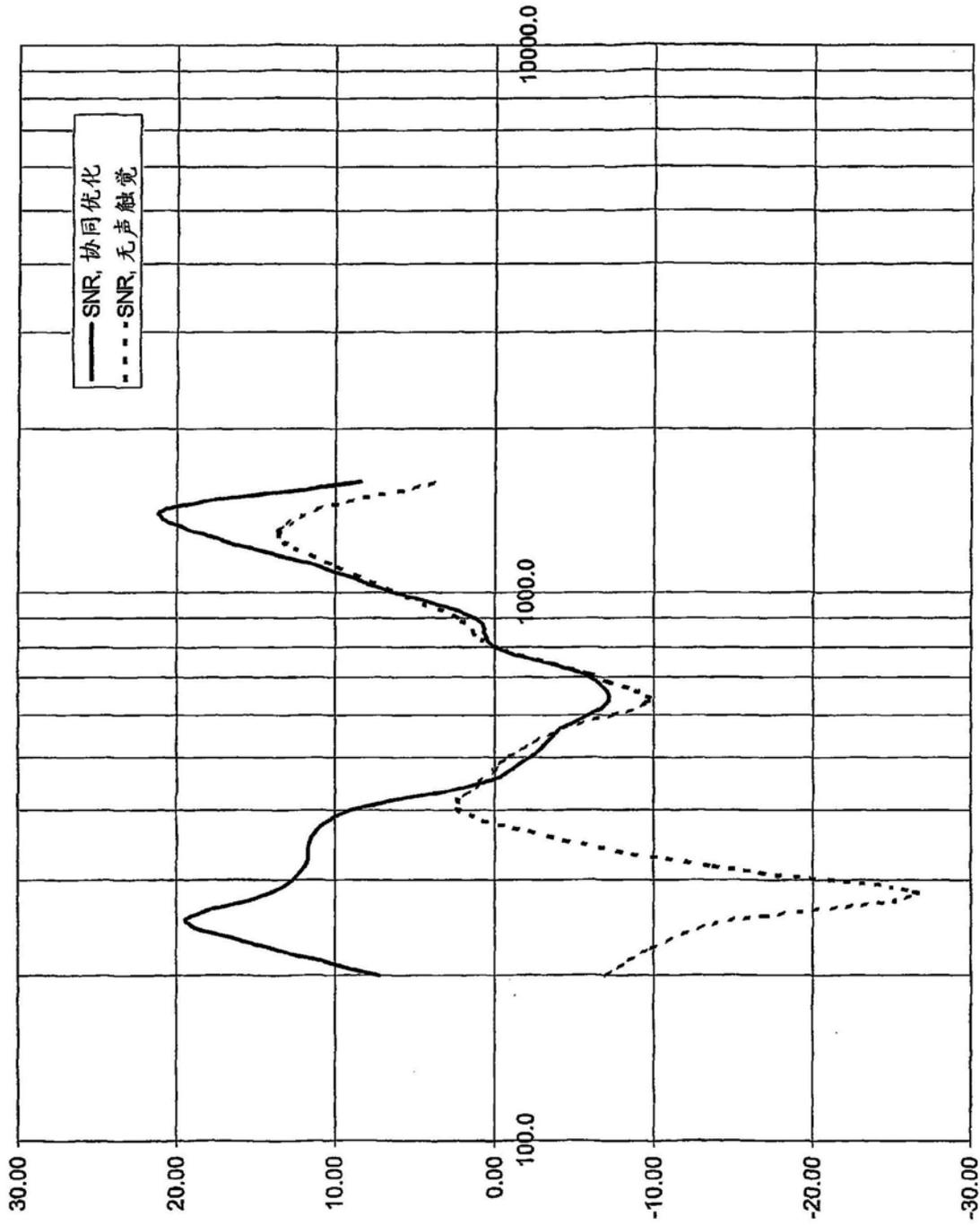


图5c

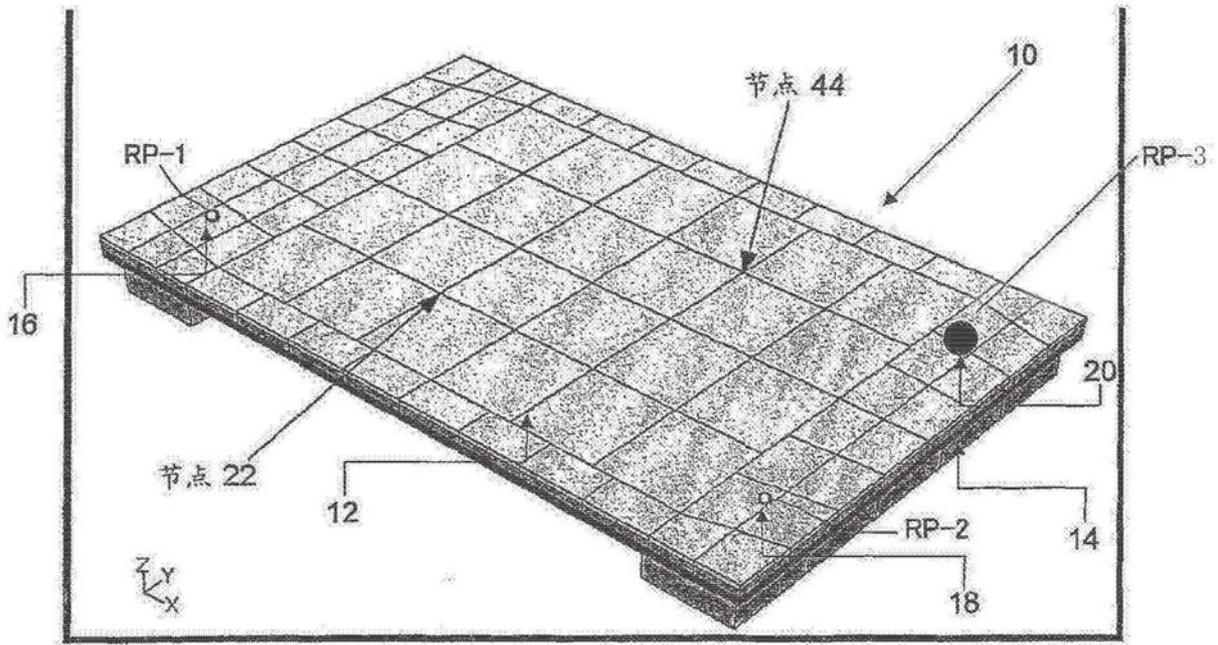


图6

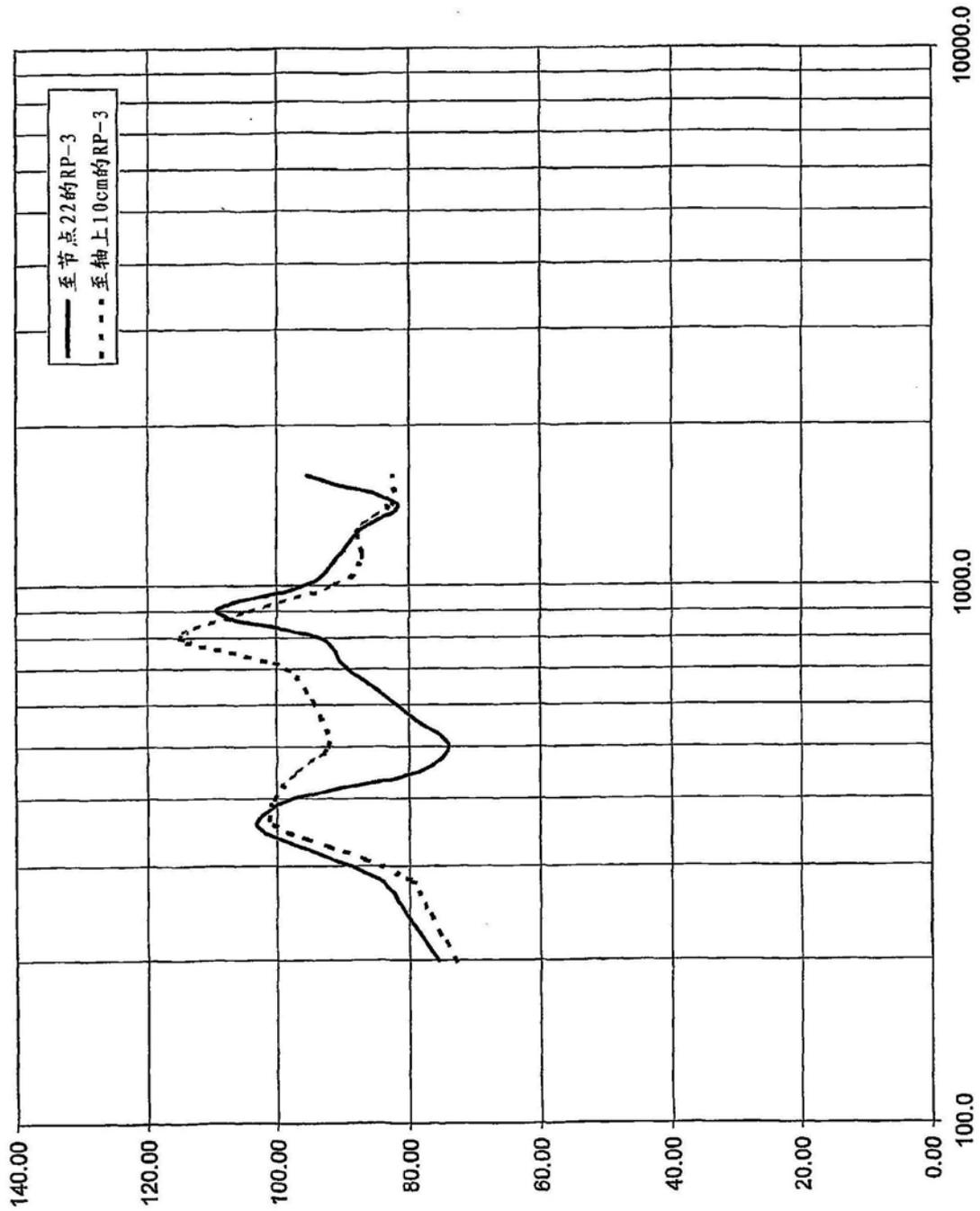


图7a

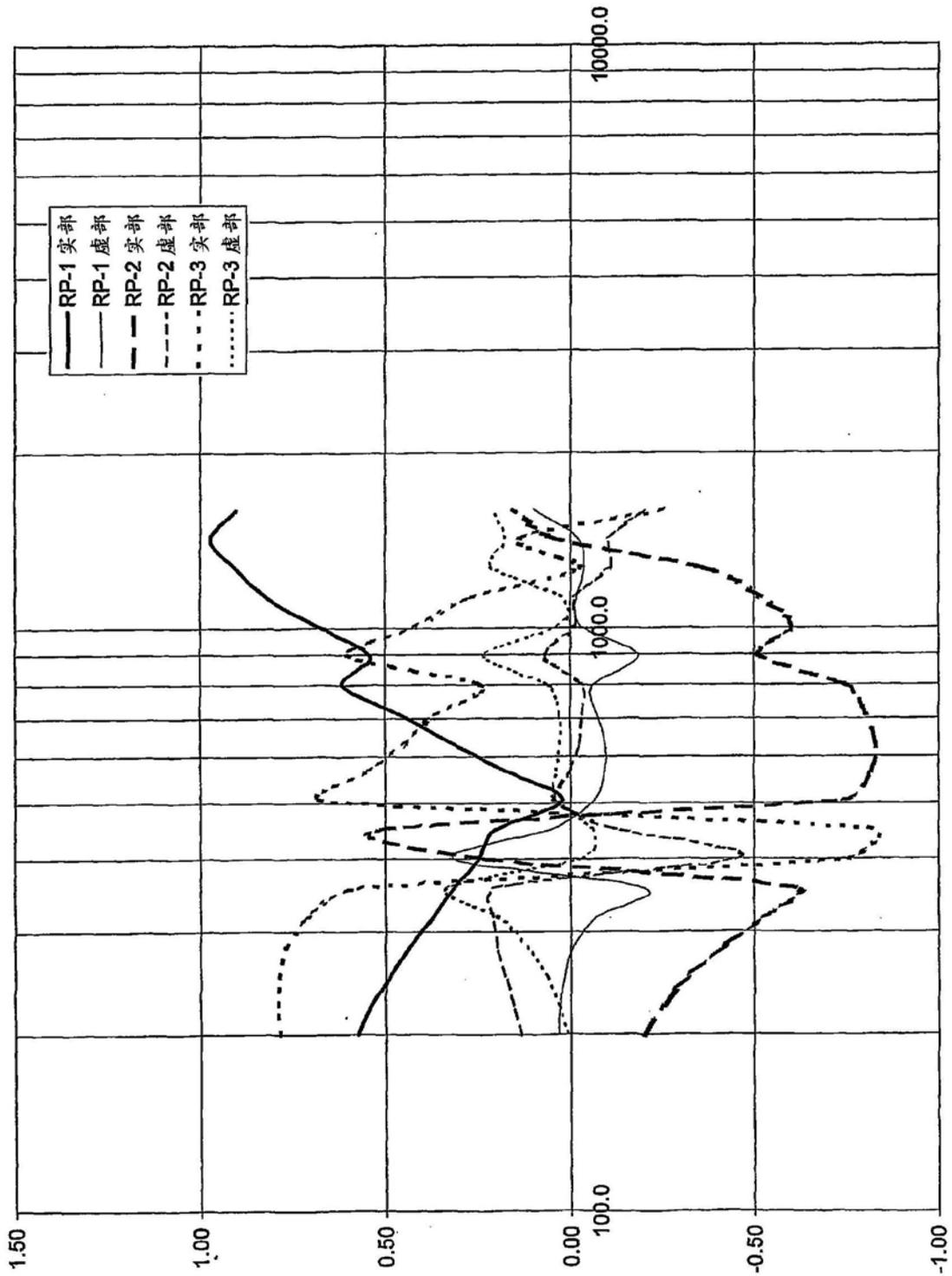


图7b

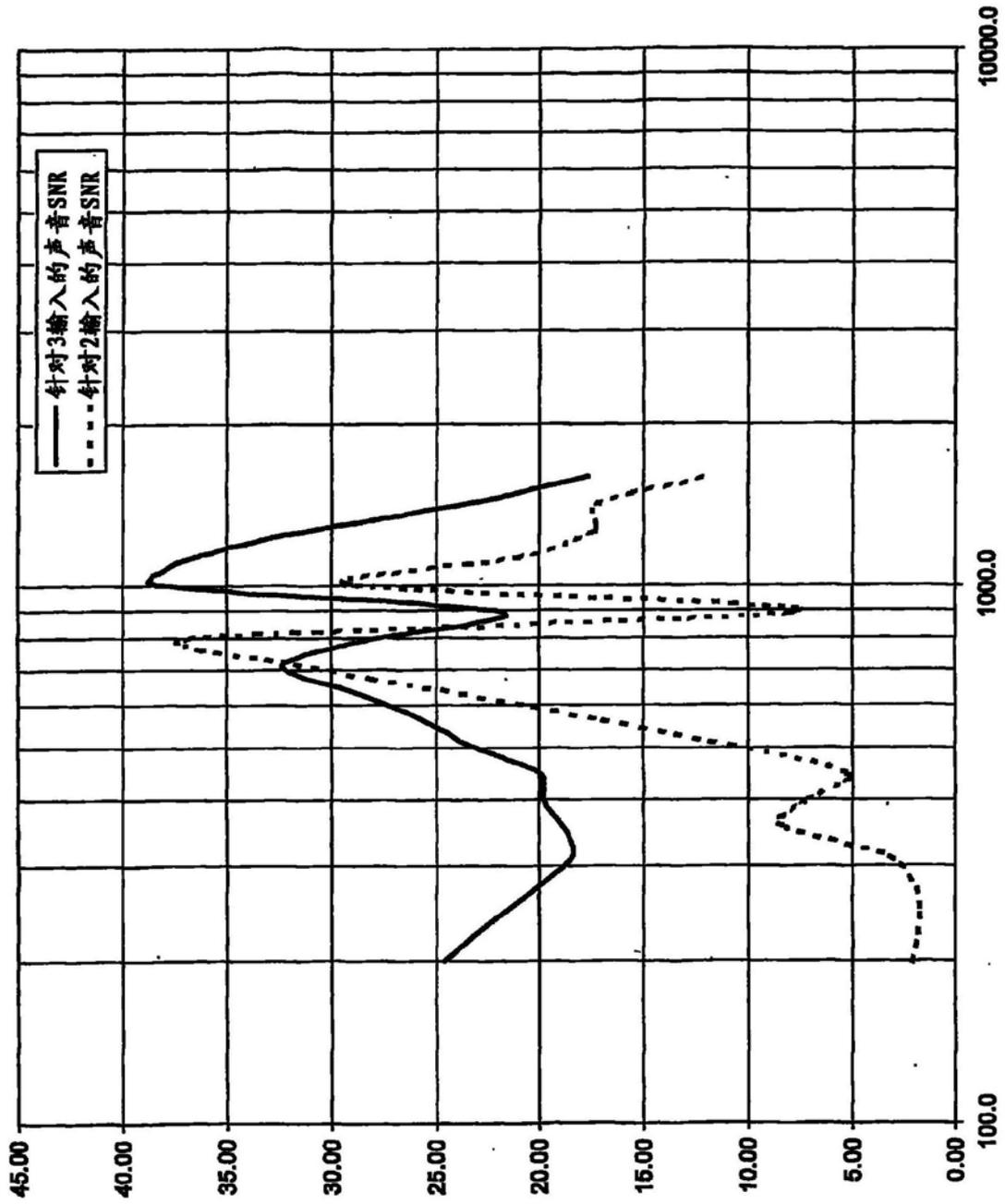


图7c

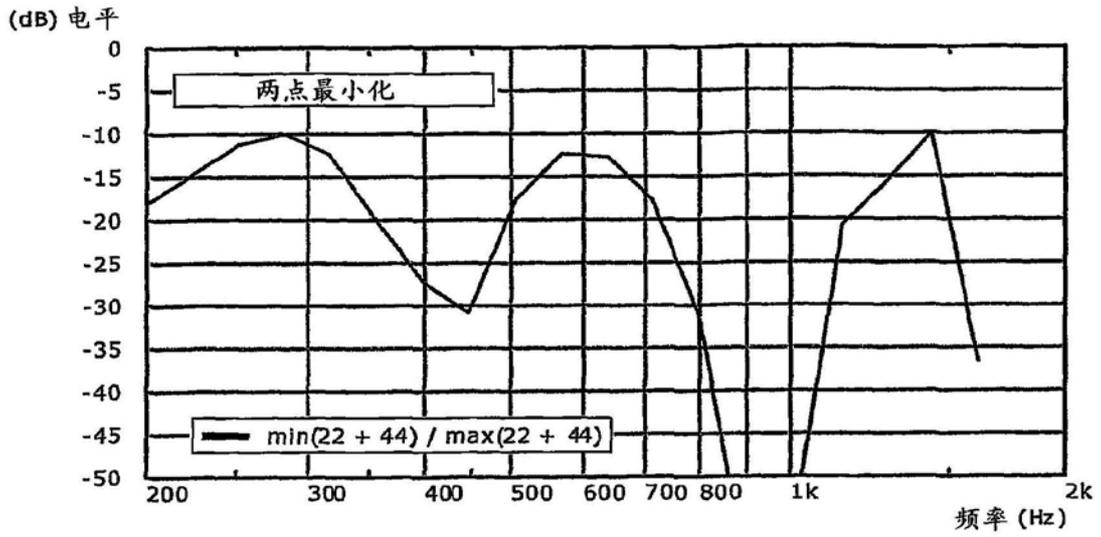


图8a

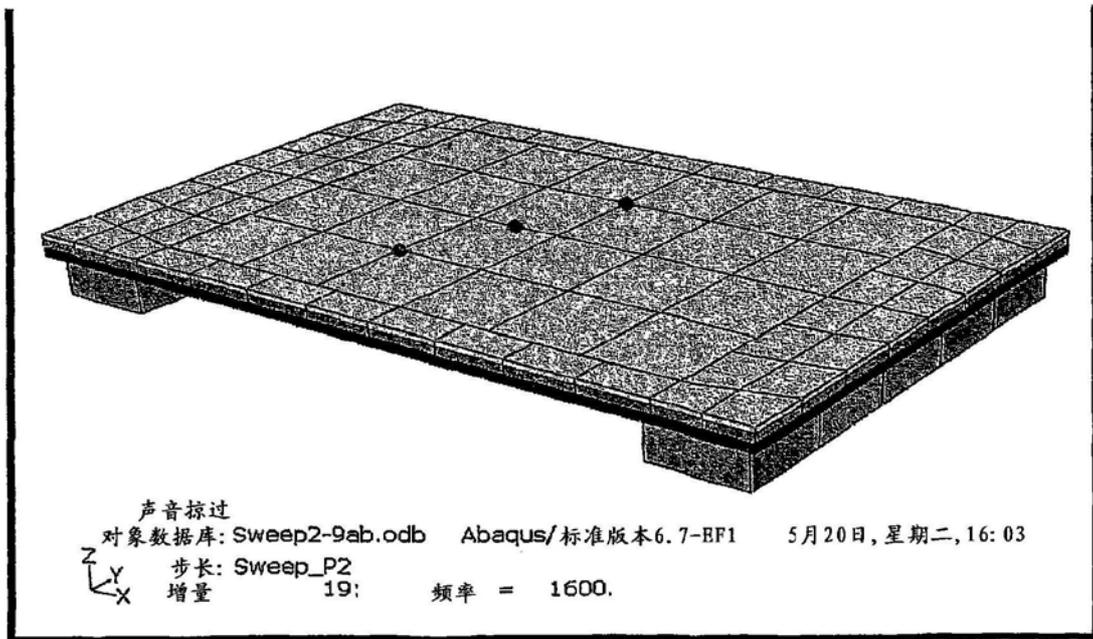


图8b

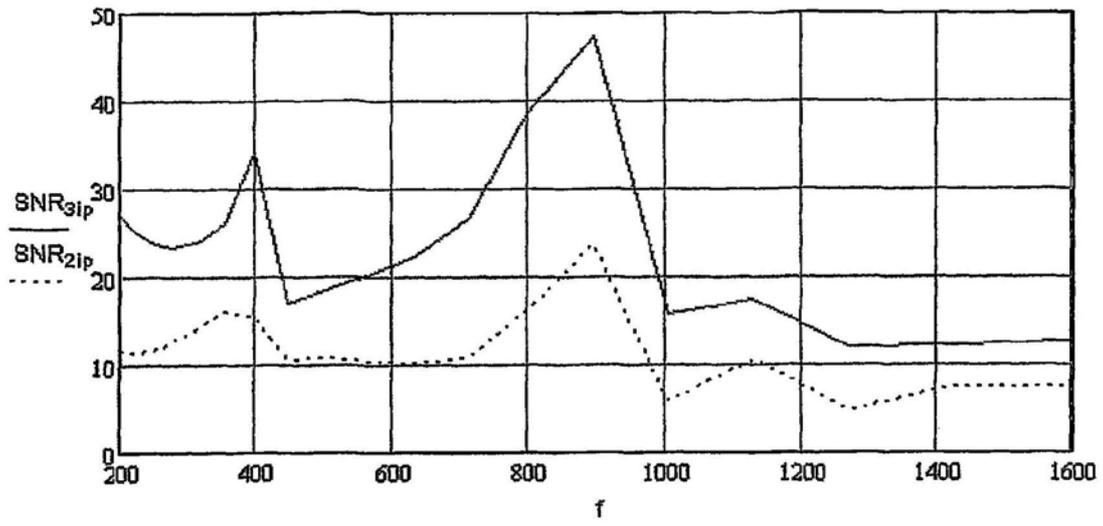


图8c

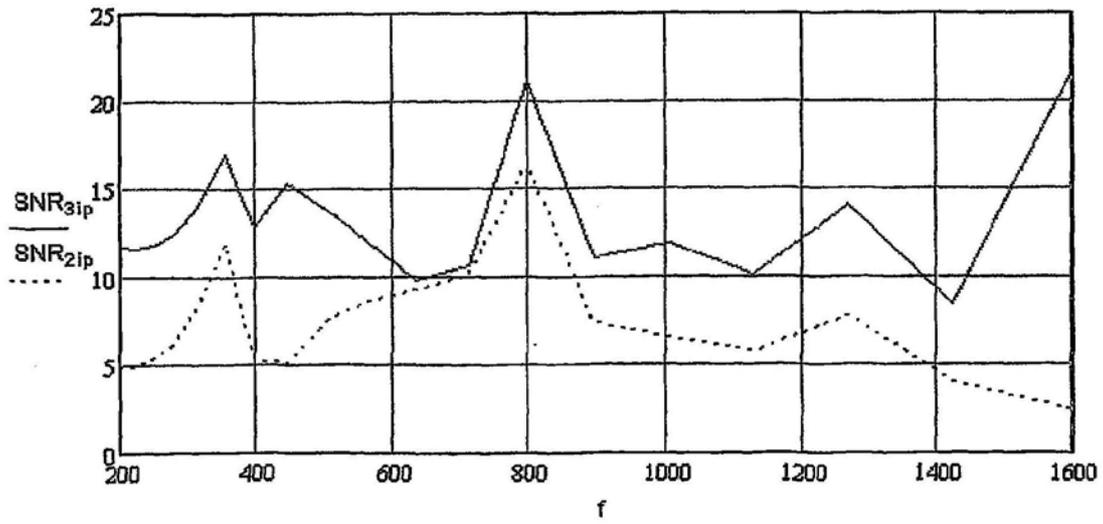


图8d

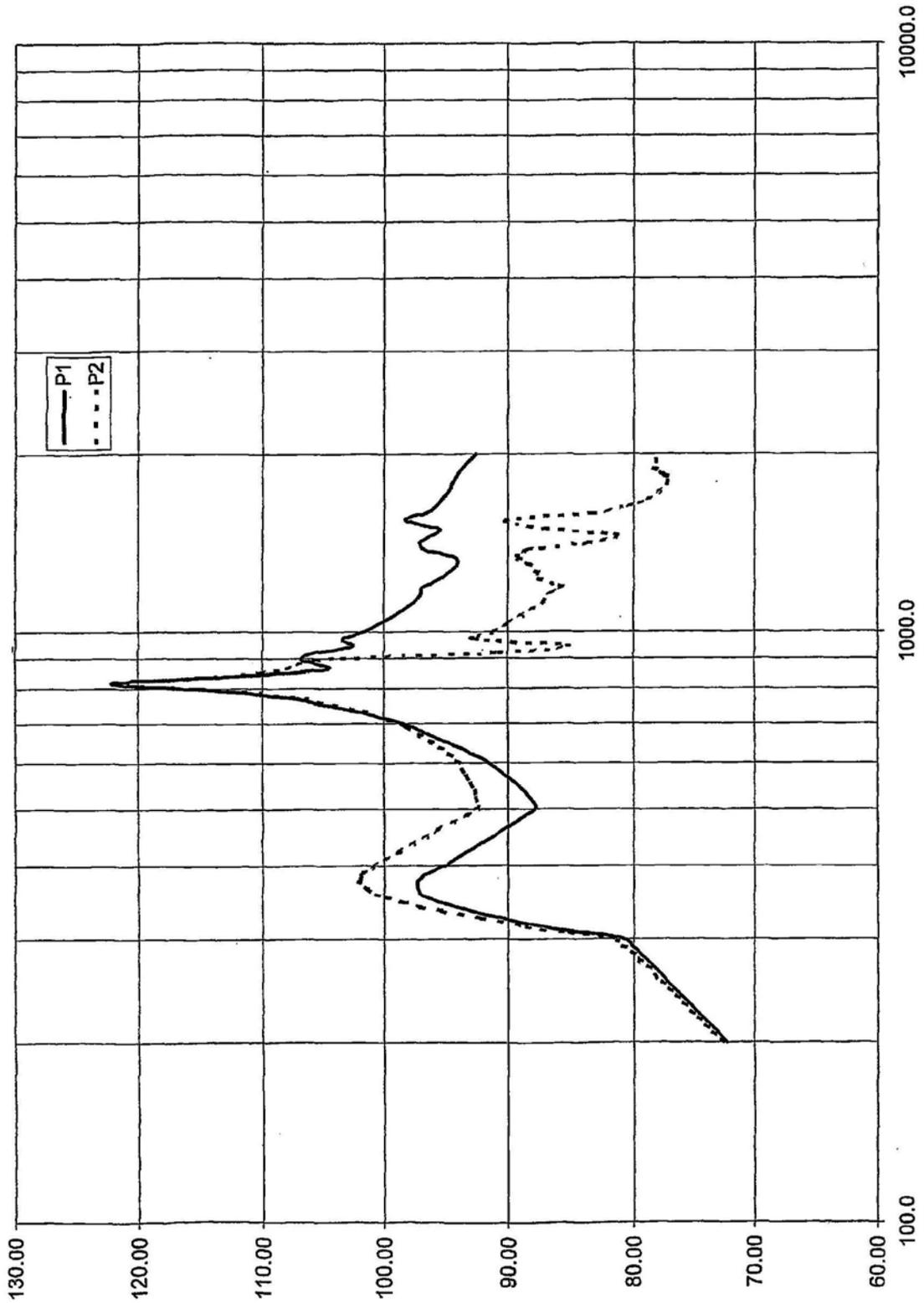


图9a

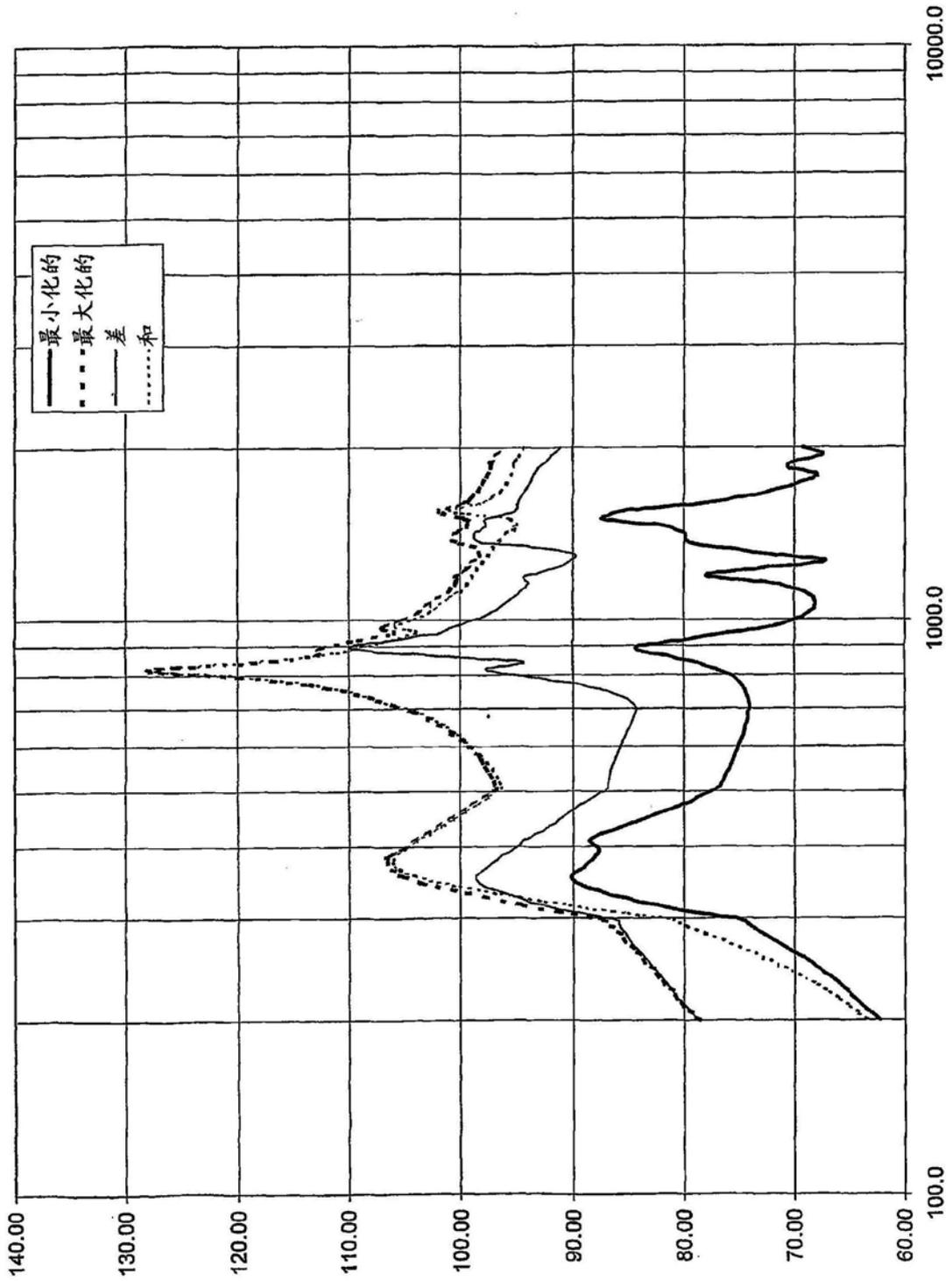


图9b

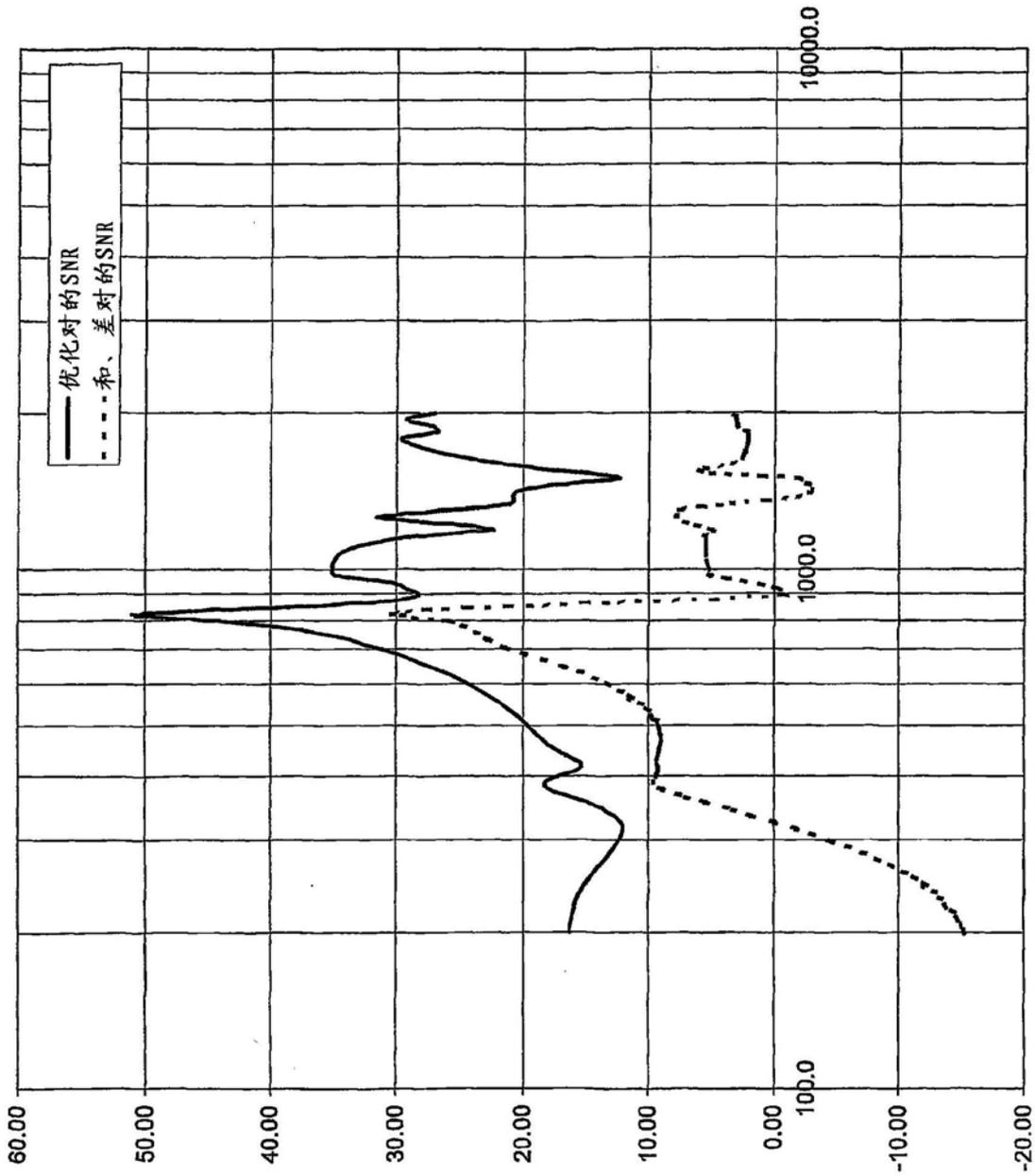


图9c

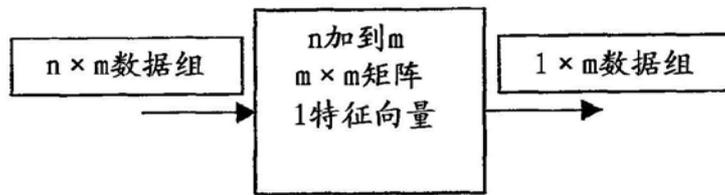


图10a

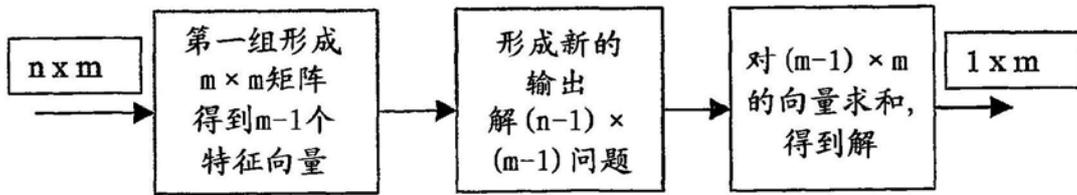


图10b

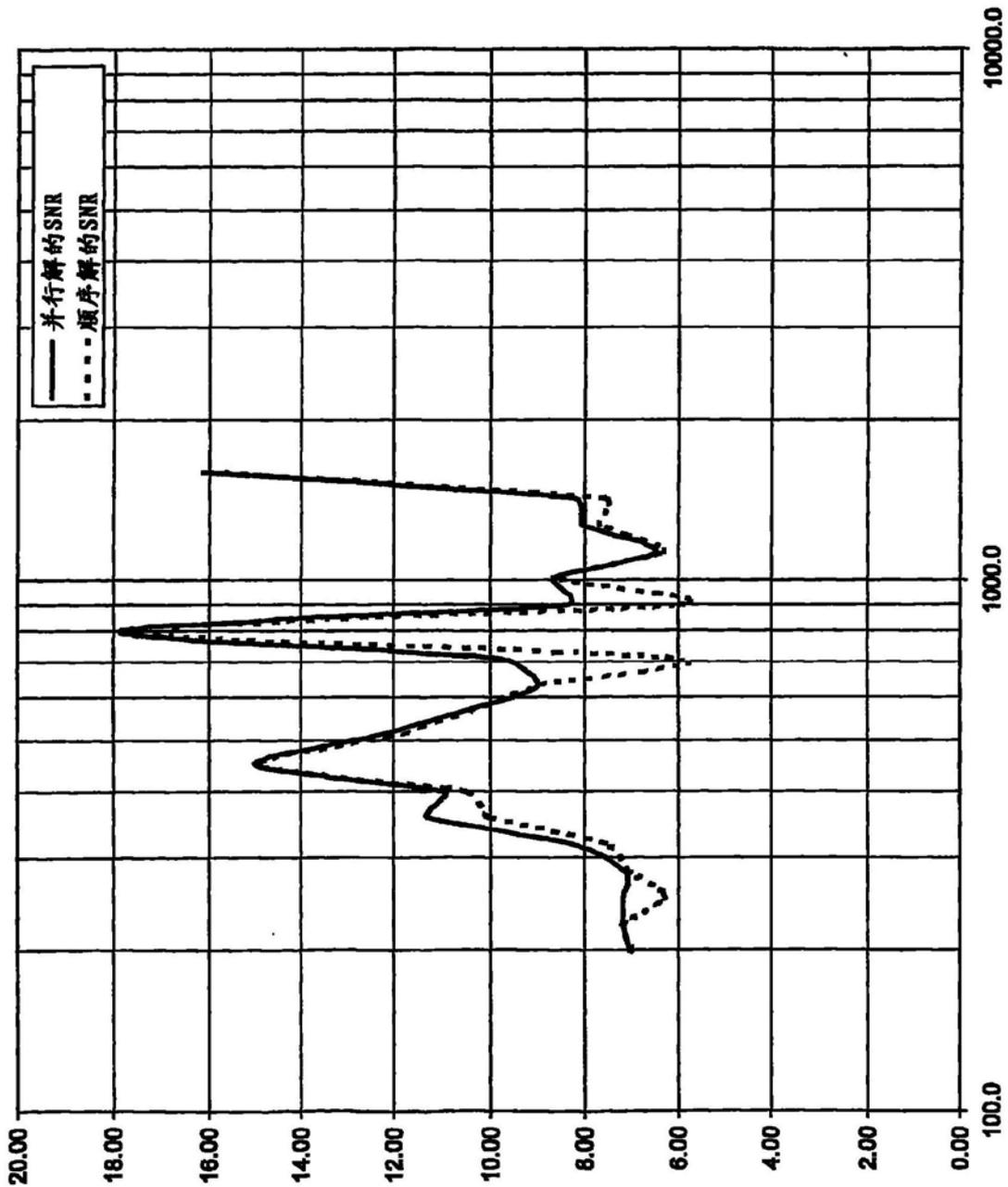


图10c